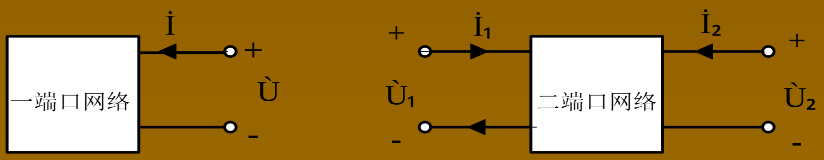
第9章　　二端口网络

返回目录

9.1 二端口网络的概念

在对直流电路的分析过程中，我们通过戴维南定理讲述了具有两个引线端的电路的分析方法，这种具有两个引线端的电路称为一端口网络，如图9-1（a）所示。



（a）一端口网络　　（b）二端口网络

当一个电路有四个外引线端子，如图9-1（b）所示，其中左、右两对端子都满足：从一个引线端流入电路的电流与另一个引线端流出电路的电流相等的条件，这样组成的电路可称为二端口网络（或称为双口网络）。

端口条件：$i_1 = i_1'$　$i_2 = i_2'$

满足端口条件的为双口网络，否则为四端网络。

当一个二端口网络的端口处电流与电压满足线性关系时，则该二端口网络称为线性二端口网络。通常线性二端口网络内的所有原件都是线性元件，如电阻、电容、电感等。否则二端口网络为非线性网络。

如果一个二端口网络内部不含有任何独立电源和受控源，则称其为无源二端口网络，否则称为有源二端口网络，如图9-2所示。本章只介绍无源线性二端口网络。

无源二端口网络　　有源二端口网络

图9-2 二端口网络

9.2 二端口网络的方程及参数

- 一、Y参数及其方程
- 二、Z参数及其方程
- 三、H参数及其方程
- 四、T参数及其方程
- 五、各种参数间的转换

返回目录

不含独立源双口网络

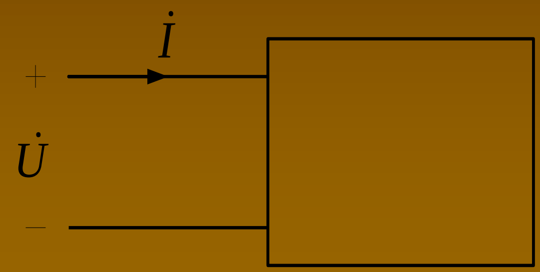
是指仅由R、L、C及线性受控源组成的双口网络。

说明：所讨论的双口网络均是明确的，即双口网络内部与外电路无耦合关系。

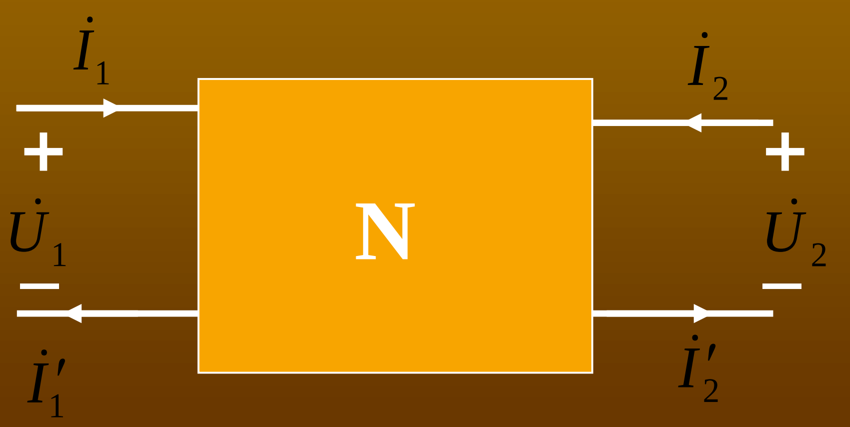
单口网络有二个端口变量，选不同变量作为独立变量可得到两种形式的端口方程及两个参数：

$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

或 $$\dot{I} = Y\dot{U}$$

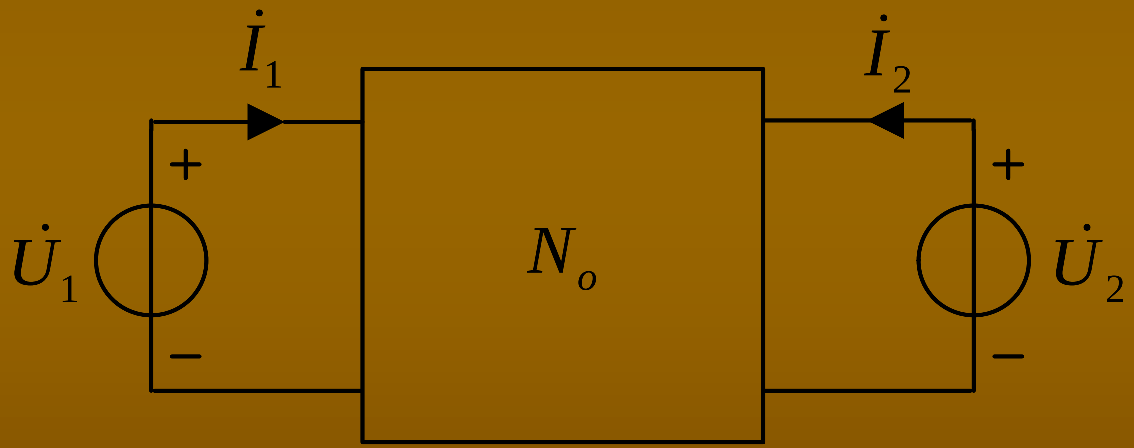


双口网络有四个端口变量：$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 及 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$，可选其中二个变量为独立变量。根据不同的选法，共有六种不同形式的端口方程及六套参数。本节介绍其中常用的四种。

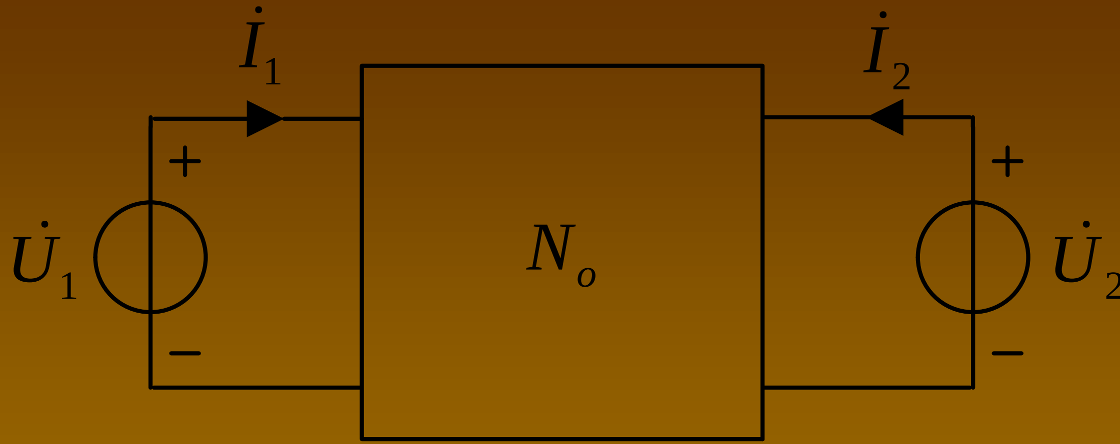


一、Y参数及其方程

若以 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$ 作为独立变量，所得端口参数为Y参数，对应VAR称为Y参数方程（又称为压控型VAR）。



其中 N_0 表示无独立源的线性双口网络。



根据叠加定理，有

$\dot{U}_1$ 单独作用时： $\dot{I}_1' = Y_{11}\dot{U}_1$ ， $\dot{I}_2' = Y_{21}\dot{U}_1$

$\dot{U}_2$ 单独作用时： $\dot{I}_1'' = Y_{12}\dot{U}_2$ ， $\dot{I}_2'' = Y_{22}\dot{U}_2$

$\dot{U}_1$ 及 $\dot{U}_2$ 共同作用时：

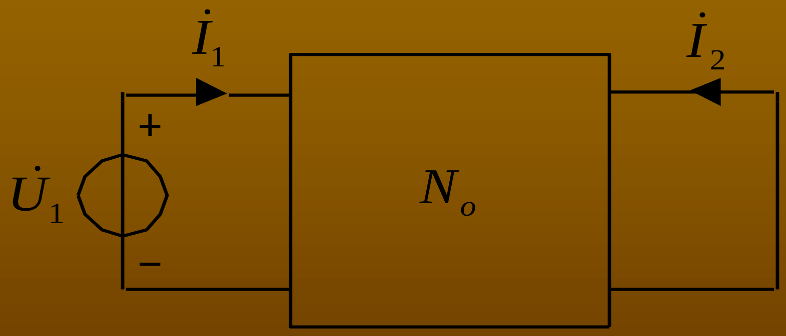
$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

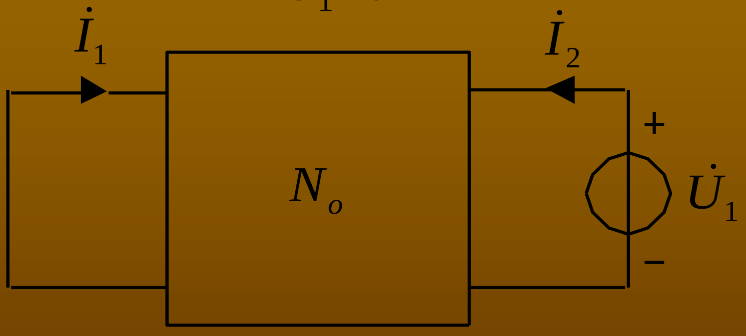
（1）式即为Y参数方程，其中

$$Y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad Y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad Y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$



求Y_{11}、Y_{21}的电路



求Y_{12}、Y_{22} 的电路

$$Y_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}\qquad Y_{12}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}\qquad Y_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}\qquad Y_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$

可见，以上参数具有如下特点：

（1）均有导纳的量纲。（故称之为Y参数）

（2）Y_{11} 和 Y_{22} 为策动点函数，
Y_{12} 和 Y_{21} 为转移函数。

（3）均是在某端口短路时求得，故又称之为短路导纳参数。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

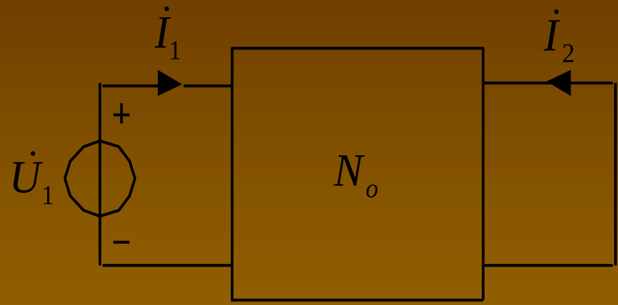
（1）式又可写为矩阵形式

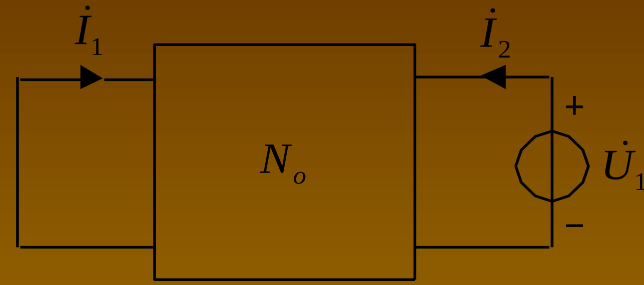
$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix} = Y\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$$

其中Y称为Y参数矩阵。

Y参数的求得：

方法1：

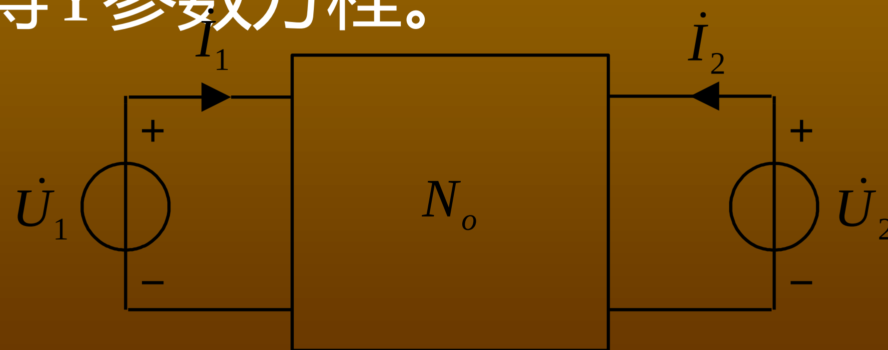




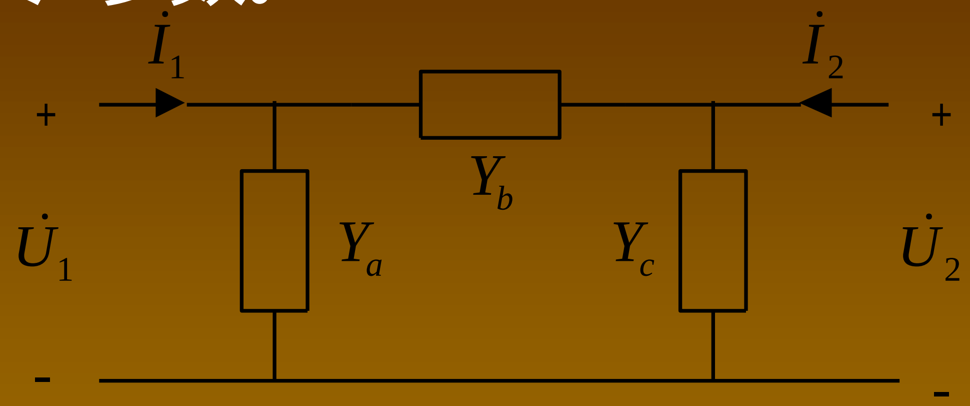
$$Y_{11}=\left.\frac{\dot I_1}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}\qquad Y_{12}=\left.\frac{\dot I_1}{\dot U_2}\right|_{\dot U_1=0}\qquad Y_{21}=\left.\frac{\dot I_2}{\dot U_1}\right|_{\dot U_2=0}\qquad Y_{22}=\left.\frac{\dot I_2}{\dot U_2}\right|_{\dot U_1=0}$$

方法2：假定 $\dot U_1$、$\dot U_2$ 已知，对原电路求解，求出 $\dot I_1$、$\dot I_2$ ，即得Y参数方程。

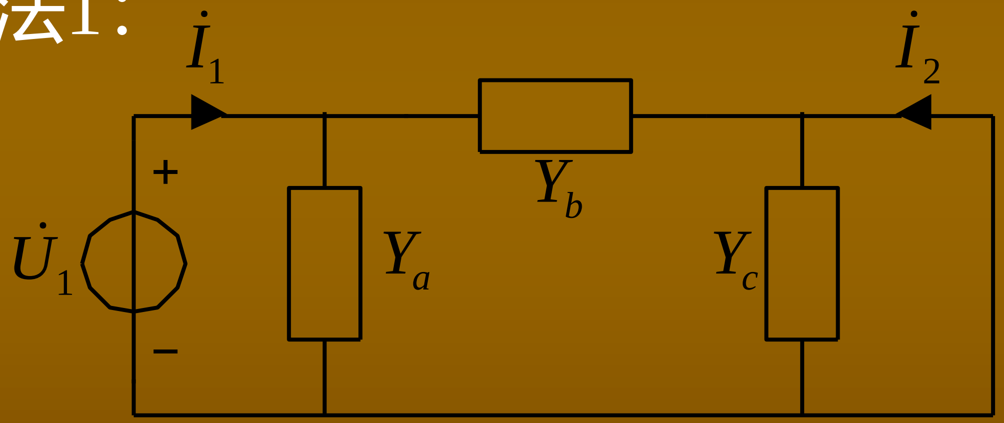
$$\left.\begin{aligned}\dot I_1&=Y_{11}\dot U_1+Y_{12}\dot U_2\\ \dot I_2&=Y_{21}\dot U_1+Y_{22}\dot U_2\end{aligned}\right\}$$



例：求其Y参数。



解法1：



求得：$\dot{I}_1 = (Y_a + Y_b)\dot{U}_1$

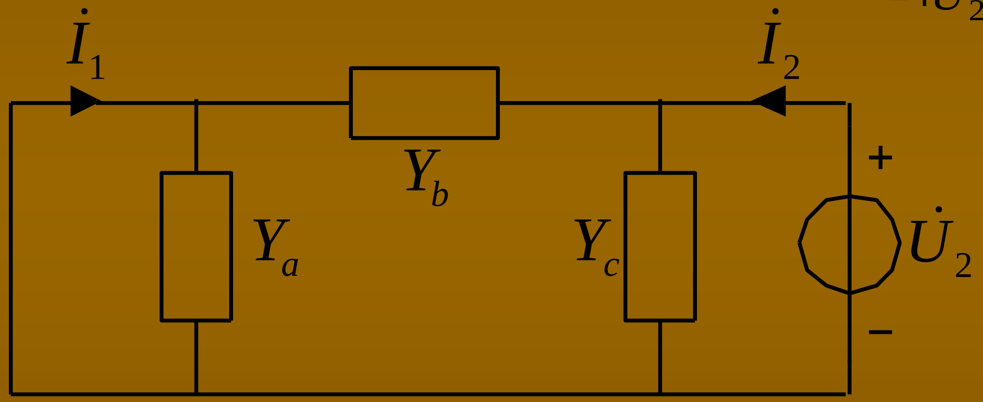
$$\dot{I}_2 = -Y_b\dot{U}_1$$

$$\dot{I}_1 = (Y_a + Y_b)\dot{U}_1$$
$$\dot{I}_2 = -Y_b\dot{U}_1$$

$$\Rightarrow$$

$$Y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} = Y_a + Y_b$$

$$Y_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} = -Y_b$$



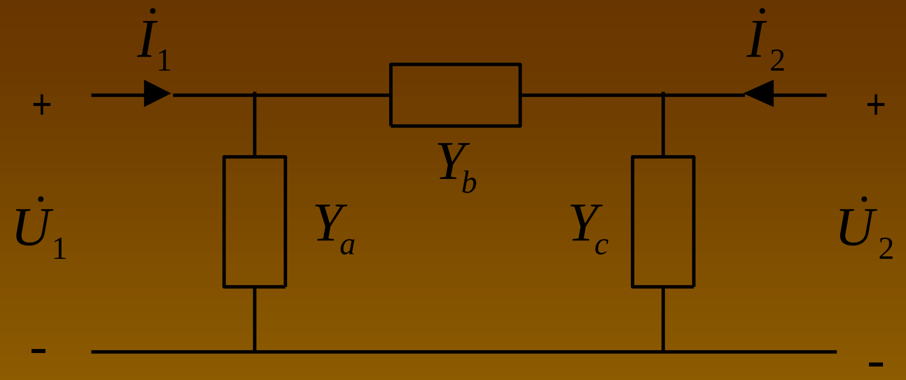
求得：
$$\dot{I}_2 = (Y_b + Y_c)\dot{U}_2$$
$$\dot{I}_1 = -Y_b\dot{U}_2$$

于是: $$Y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0} = -Y_b$$

$$Y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0} = Y_b + Y_c$$

得: $$Y = \begin{bmatrix} Y_a + Y_b & -Y_b \\ -Y_b & Y_b + Y_c \end{bmatrix}$$

解法2：



假定原电路 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$ 已知，直接写VAR：

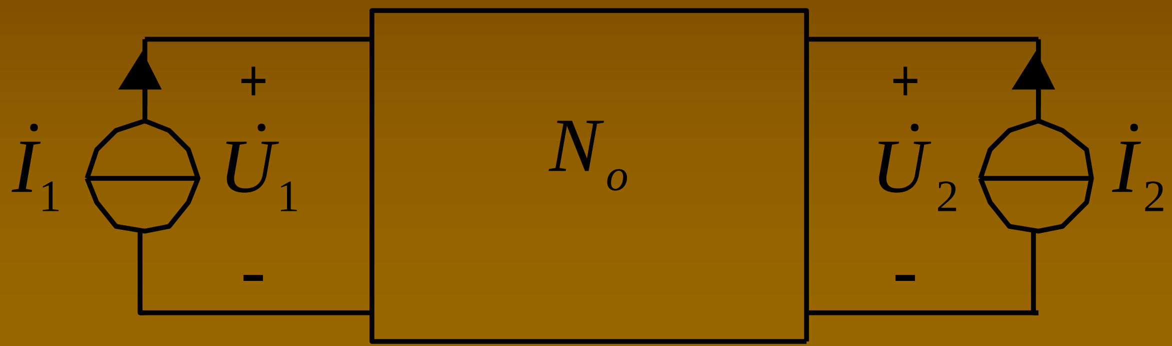
$$\dot{I}_1=Y_a\dot{U}_1+Y_b(\dot{U}_1-\dot{U}_2)=(Y_a+Y_b)\dot{U}_1-Y_b\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2=Y_c\dot{U}_2+Y_b(\dot{U}_2-\dot{U}_1)=-Y_b\dot{U}_1+(Y_b+Y_c)\dot{U}_2$$

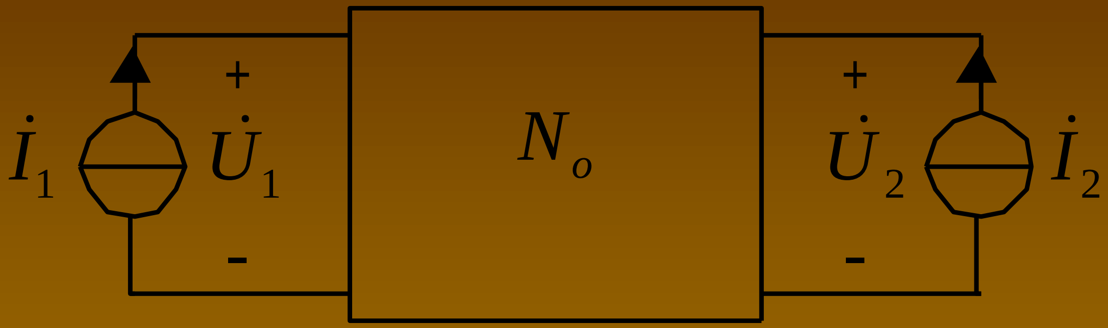
于是，得：

$$Y=\begin{bmatrix} Y_a+Y_b & -Y_b \\ -Y_b & Y_b+Y_c \end{bmatrix}$$

二、Z参数及其方程



- 若以 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 作为独立变量，所得端口参数为Z参数，对应VAR称为Z参数方程（又称为流控型VAR）。



$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}\right\}$$

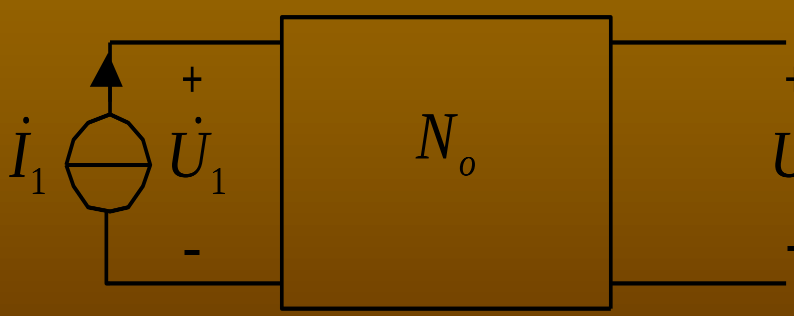
为Z参数方程

(2)

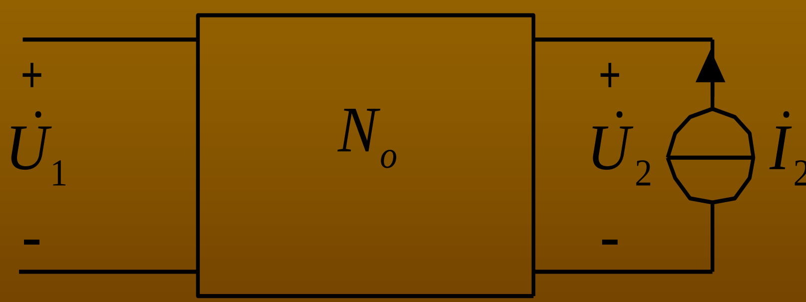
$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}\right\}$$

$$Z_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad Z_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$Z_{21} = \left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad Z_{22} = \left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$



求 Z_{11} 和 Z_{21} 的电路



求 Z_{12} 和 Z_{22} 的电路

$$Z_{11}=\frac{\dot U_1}{\dot I_1}\bigg|_{\dot I_2=0} \qquad Z_{12}=\frac{\dot U_1}{\dot I_2}\bigg|_{\dot I_1=0}$$

$$Z_{21}=\frac{\dot U_2}{\dot I_1}\bigg|_{\dot I_2=0} \qquad Z_{22}=\frac{\dot U_2}{\dot I_2}\bigg|_{\dot I_1=0}$$

可见，以上参数具有如下特点：

（1） 均有阻抗的量纲。（故称之为Y参数）

（2） Z_{11}和 Z_{22} 为策动点函数，
Z_{12}和 Z_{21} 为转移函数。

（3） 均是在某端口开路时求得，故又称之为开路阻抗参数。

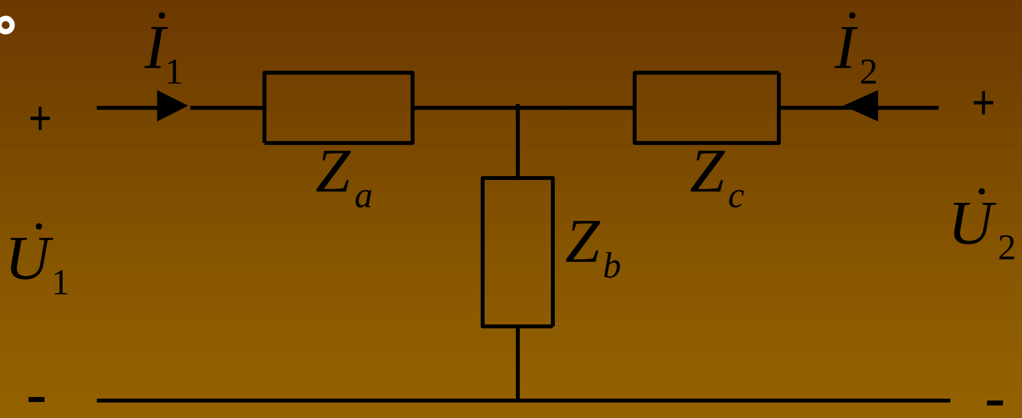
$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}\right\}$$

又可写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = Z\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$$

其中Z称为Z参数矩阵。

例：求其Z参数。



直接可写出：

$$\dot{U}_1 = Z_a\dot{I}_1 + Z_b(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = (Z_a + Z_b)\ \dot{I}_1 + Z_b\dot{I}_2$$

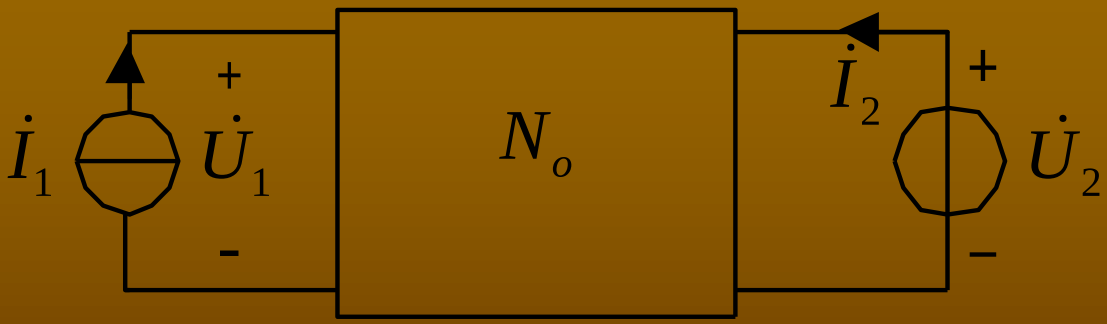
$$\dot{U}_2 = Z_c\dot{I}_2 + Z_b(\dot{I}_2 + \dot{I}_1) = Z_b\dot{I}_1 + (Z_b + Z_c)\ \dot{I}_2$$

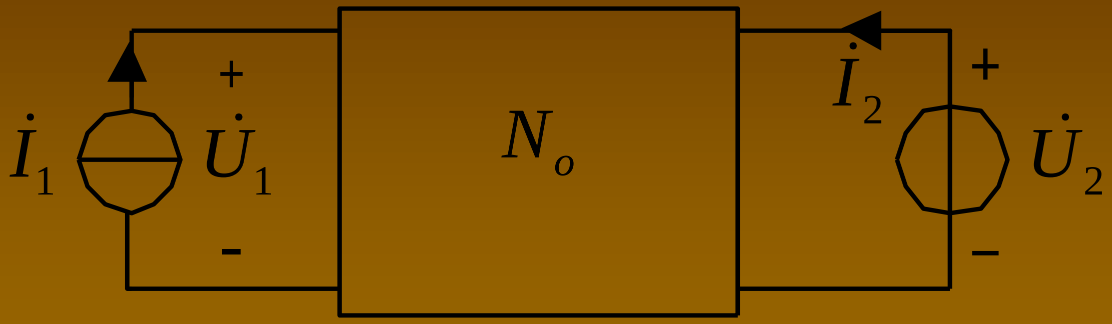
于是，得：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_b + Z_c \end{bmatrix}$$

三、H参数及其方程

- 若以 $\dot{I}_1$、$\dot{U}_2$ 作为独立变量，所得端口参数为混合参数（H参数），对应VAR称为H参数方程。





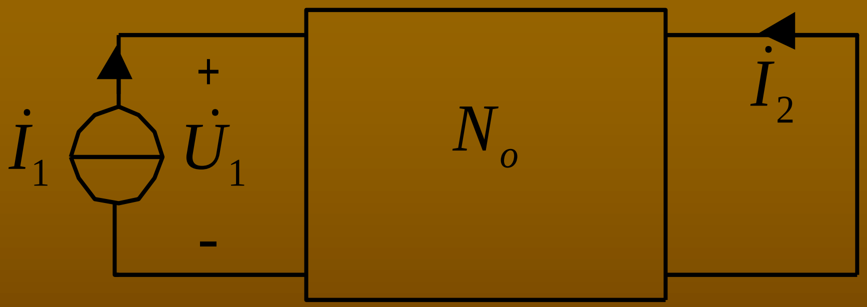
H参数方程为

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

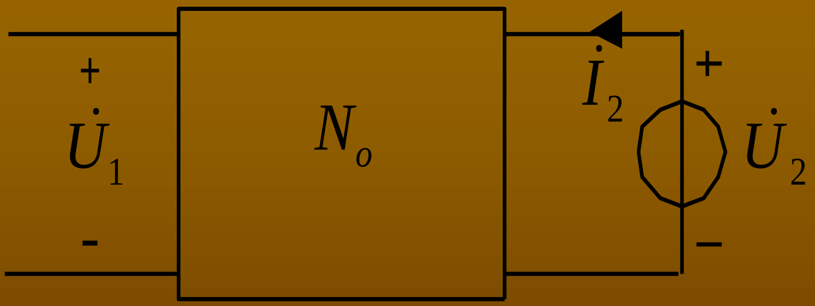
$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2 &= h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2\end{aligned}\right\}$$

$$h_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad h_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$h_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$



求 h_{11} 和 h_{21} 的电路



求 h_{12} 和 h_{22} 的电路

$$h_{11}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad h_{12}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$h_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad h_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

以上参数有如下特点：

1、 h_{11} 为策动点阻抗； h_{22} 为策动点导纳；

h_{12} 为转移电压比； h_{21} 为转移电流比。

2、 h_{11} 和 h_{21} 为第二端口短路时求得；

h_{12} 和 h_{22} 为第一端口开路时求得。

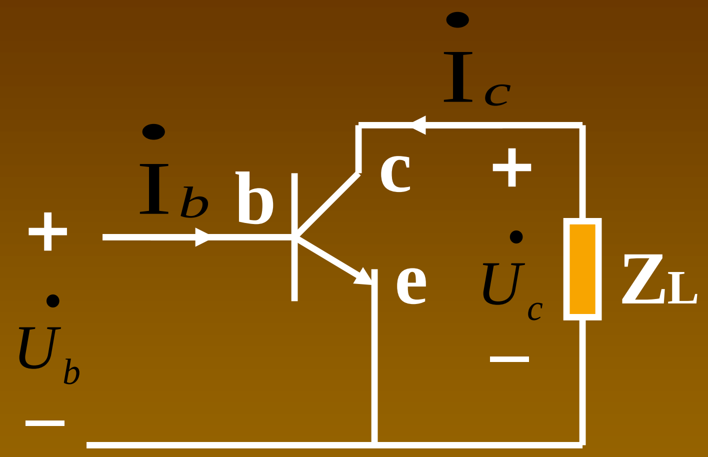
$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2\end{aligned}\right\}$$

又可写成矩阵式

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix} = H\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$$

例 左图的晶体管放大电路，

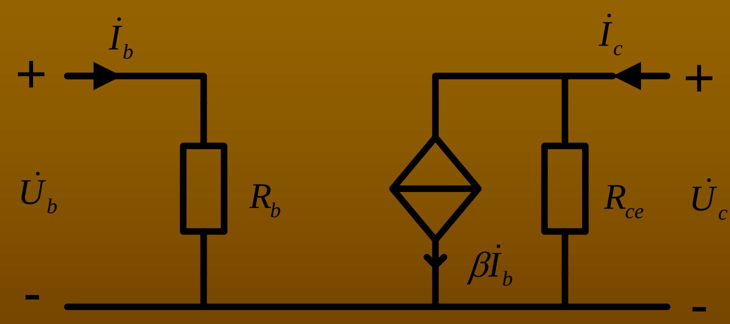
求 $\dfrac{\dot{I}_c}{\dot{I}_b}$ (电流放大倍数)



$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_b &= h_{11}\dot{I}_b + h_{12}\dot{U}_c \\ \dot{I}_c &= h_{21}\dot{I}_b + h_{22}\dot{U}_c\end{aligned}\right\}$$

$$\dot{U}_C = -Z_L\dot{I}_C$$

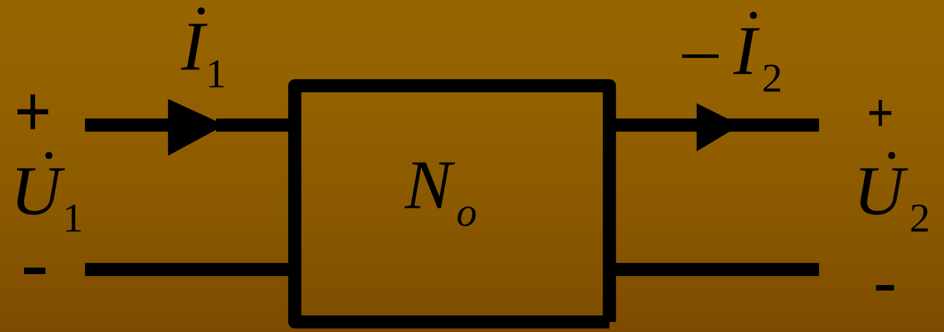
$$\frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_b} = h_{21}\big/(1+h_{22}Z_L)$$



四、T参数及其方程

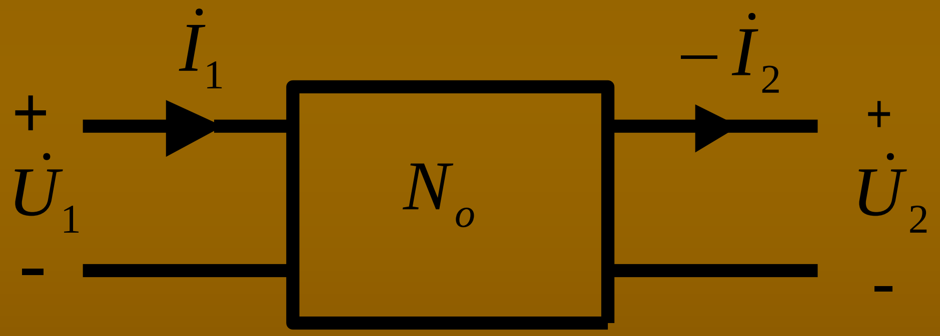
反映一个端口电流、电压与另一端口电流及电压关系得方程为传输型方程

若以 $\dot{I}_2$ 及 $\dot{U}_2$ 作为独立变量，所得端口参数为T型参数（传输I型），对应VAR称为T参数方程。



假定输出口的电流从端口流出。为与前面的符号一致将输出口流出的电流用 $-\dot{I}_2$ 表示。

即传输型方程反映的是 $\dot{U}_1$、 $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}_2$ 及 $-\dot{I}_2$ 之间的关系。



$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \mathrm{A}\dot{U}_2 + \mathrm{B}(-\dot{I}_2)\\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D(-\dot{I}_2)\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \mathrm{A}\dot{U}_2 + \mathrm{B}(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D(-\dot{I}_2)\end{aligned}\right\}$$

即为T参数方程，其中

$$A = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad B = \left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$C = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad D = \left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$A = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad B = \left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$C = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad D = \left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

(1) A为电压转移函数； B为转移阻抗；
C为转移导纳； D为电流转移函数。
全是转移函数。

(2) A、C是在第二端口开路时求得（开路参数）
B、D是在第二端口短路时求得（短路参数）

矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

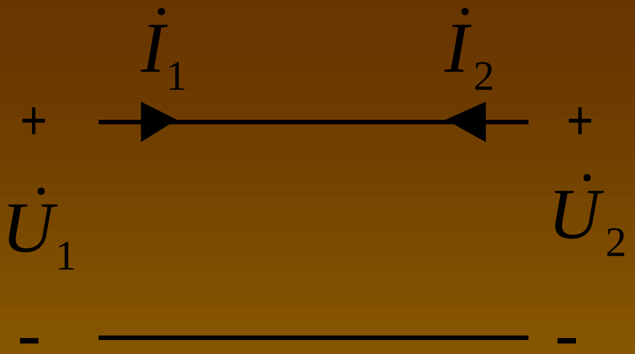
其中 $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 称为T参数矩阵。

求电路的T参数也有两种方法:

一、由原电路直接写出T参数方程;

二、由第二端口开路或短路电路根据定义式分别求得。

例1：



求T参数。

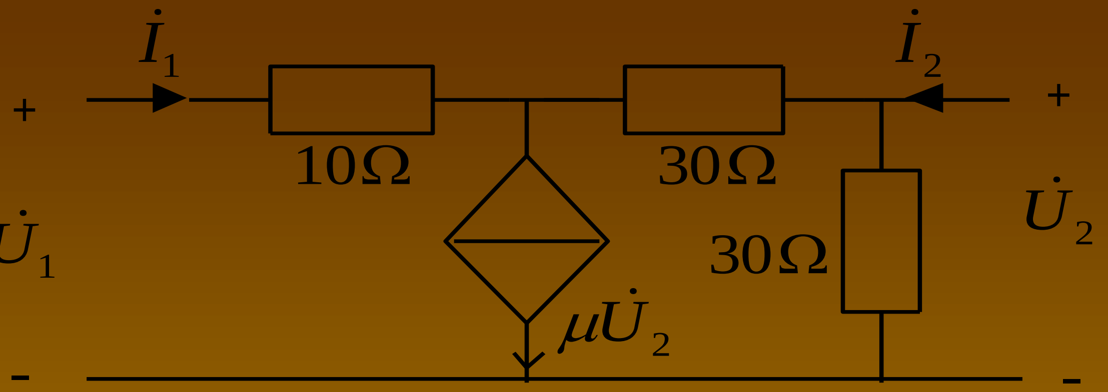
解：

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2$$

$$\dot{I}_1 = -\dot{I}_2$$

于是：$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

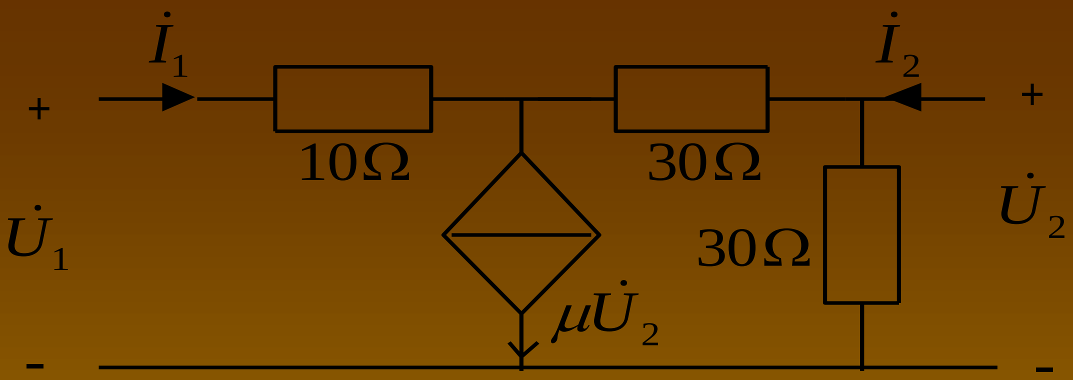
例2：



已知 $\mu=\frac{1}{60}$ ，求T参数。

解法1：由原电路直接求出：

$$\dot I_1=\mu\dot U_2+\frac{\dot U_2}{30}-\dot I_2=\frac{1}{20}\dot U_2-\dot I_2$$



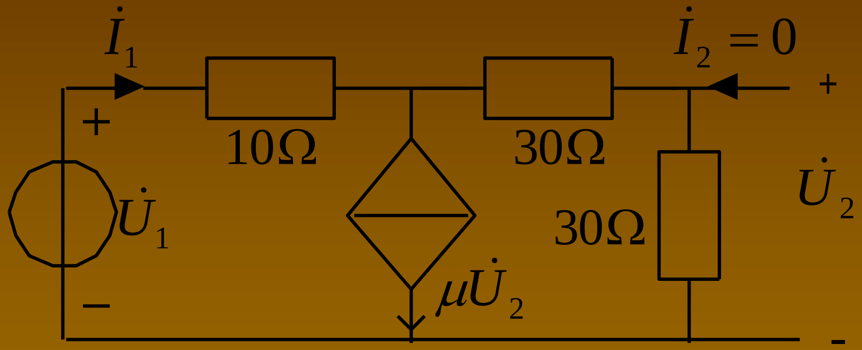
$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 10 + \left(\frac{\dot{U}_2}{30} - \dot{I}_2\right)30 + \dot{U}_2$$

$$= 2.5\dot{U}_2 - 40\dot{I}_2$$

则: $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 40 \\ \dfrac{1}{20} & 1 \end{bmatrix}$

解法2：令 $\dot{I}_2 = 0$

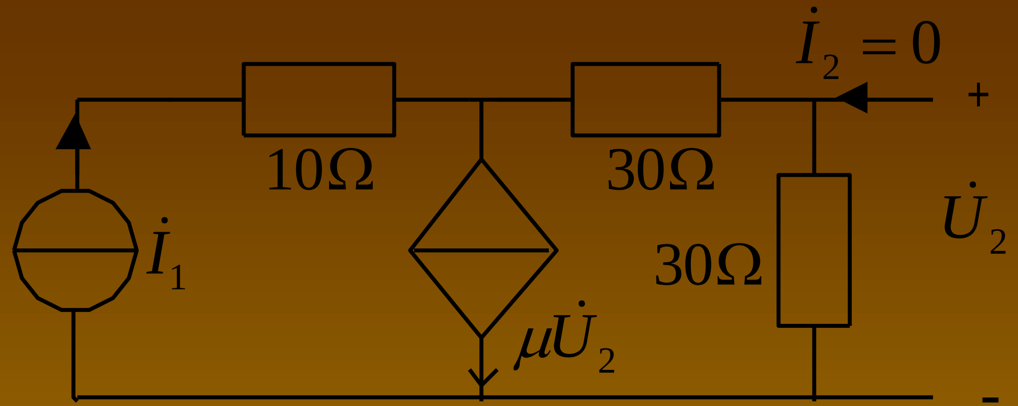
求A：



$$\begin{cases} \dot{U}_{n1}\left(\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{60}\right)=\dfrac{\dot{U}_1}{10}-\dfrac{1}{60}\dot{U}_2 \\ \dot{U}_2=\dfrac{1}{2}\dot{U}_{n1} \end{cases}$$

解得：$\dot{U}_2=\dfrac{6}{15}\dot{U}_1$，于是 $A=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\dfrac{15}{6}=2.5$

求C：



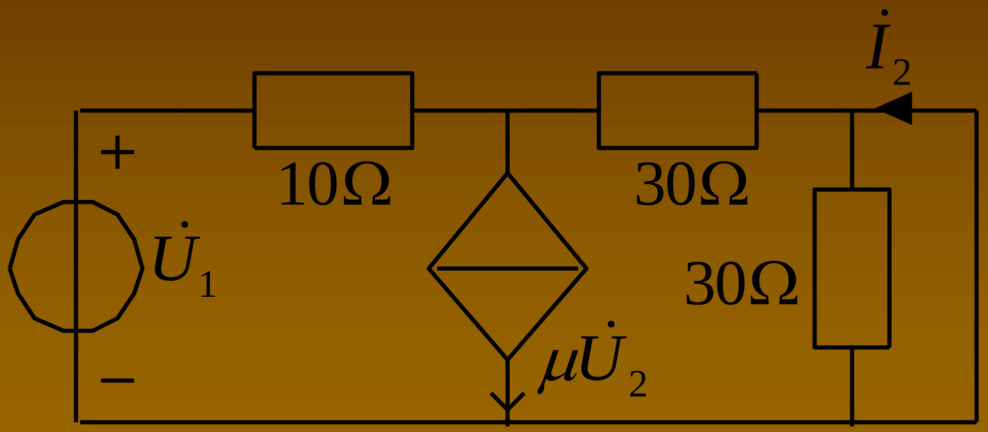
$$\dot U_2 = \left(\dot I_1 - \mu \dot U_2\right)30 = 30 I_1 - \frac{1}{2}\dot U_2$$

即：$\frac{3}{2}\dot U_2 = 30\dot I_1$

于是：$C = \left.\frac{\dot I_1}{\dot U_2}\right|_{\dot I_2=0} = \frac{1}{20}$

令 $\dot{U}_2 = 0$

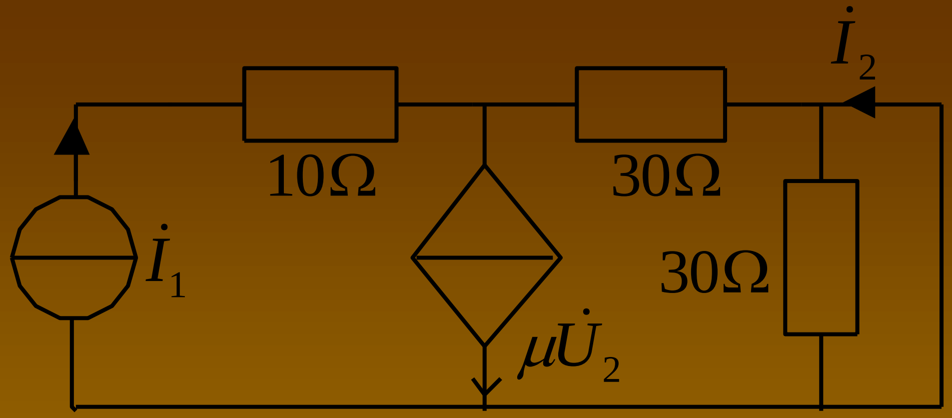
求B：



$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{U}_1}{10+30} = -\frac{1}{40}\dot{U}_1$$

于是：$$B = \left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0} = 40$$

求D：



$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_1$$

于是： $D = \left.\dfrac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2} = 1$

综上，有： $T = \begin{bmatrix} 2.5 & 40 \\ \dfrac{1}{20} & 1 \end{bmatrix}$

五、各种参数间的转换

各种参数在不同的场合得到使用，在进行一般的网络理论讨论和基本定理的推导中，常使用Y参数和Z参数；H参数广泛用于电子线路中；T参数则常用来分析网络的传输特性。

某些网络的某类参数可能不易或测得，而另一类参数可能容易得到。因此需进行参数间相互转换，即从一类参数求得另一类参数。

例如由Y参数方程

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$$

可解得

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dfrac{Y_{11}}{Y_{21}}\dot{U}_2 + \dfrac{1}{Y_{21}}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = (Y_{12} - \dfrac{Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}})\dot{U}_2 + \dfrac{Y_{11}}{Y_{21}}\dot{I}_2 \end{cases}$$

对比
$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A\dot{U}_2 + B(-\dot{I}_2)\\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_2 + D(-\dot{I}_2)\end{aligned}\right\}$$

有
$$A = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \qquad B = -\frac{1}{Y_{21}}$$

$$C = Y_{12} - \frac{Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}} \qquad D = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$$

参数间的转换方法是：从一类参数方程解出另一类方程，从而得到另一类参数。此外也可用查表法（P303 表15-1）

例：已知一个双口网络，其 $Y=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 5 & 8\end{bmatrix}$ ，求其Z、T、H参数。

解：已知 $\dot{I}_1=\dot{U}_1+2\dot{U}_2$

$$\dot{I}_2=5\dot{U}_1+8\dot{U}_2$$

解得:

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 5 & 8\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 2.5 & -0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$$

于是:
$$Z=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 2.5 & -0.5\end{bmatrix}$$

又解得: $\dot{U}_1=-\frac{8}{5}\dot{U}_2+\frac{1}{5}\dot{I}_2=-1.6\dot{U}_2+0.2\dot{I}_2$

$$\dot{I}_1=(2-\frac{8}{5})\ \dot{U}_2+\frac{1}{5}\dot{I}_2=0.4\dot{U}_2+0.2\dot{I}_2$$

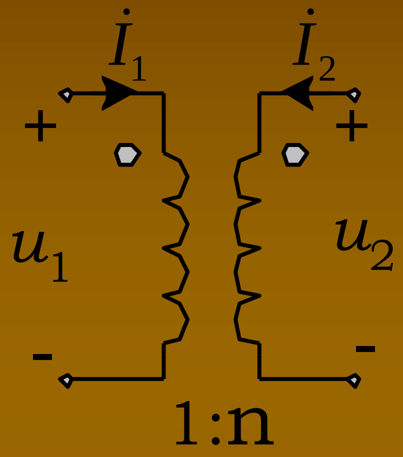
还可解得: $\dot{U}_1=\dot{I}_1-2\dot{U}_2$

$$\dot{I}_2=5(\dot{I}_1-2\dot{U}_2)+8\dot{U}_2=5\dot{I}_1-2\dot{U}_2$$

于是，得:
$$|\mathrm{H}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 5 & -2\end{bmatrix}$$

对某些双口网络，其有些参数可能是不存在的。

例：理想变压器

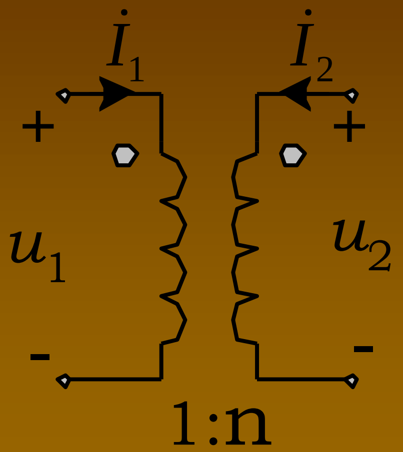


$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dfrac{1}{n}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -n\dot{I}_2 \end{cases}$$

得 $T = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$

又可写成 $\begin{cases} \dot{U}_1 = \dfrac{1}{n}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -\dfrac{1}{n}\dot{I}_1 \end{cases}$

得 $H = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{n} \\ -\dfrac{1}{n} & 0 \end{bmatrix}$



但它的Z参数和Y参数均不存在。

双口网络的端口参数由其内部结构和元件参数决定，反映了其固有的端口VAR。

11.2 互易双口网络和对称双口网络

一、互易定理

仅含线性非时变电阻、电感、电容以及耦合电感和理想变压器的双口网络称为**互易双口网络**，用 N_r 表示。互易 双口网络的端口参数有如下关系成立：

$$Z_{21} = Z_{12}$$

$$\boldsymbol{Y}_{21} = \boldsymbol{Y}_{12}$$

$$h_{21} = -h_{12}$$

$$|T| = AD - BC = 1$$

网络内无独立源和受控源，只有R、L、C、M、T元件，称为互易网络

互易定理：单个激励的互易网络，激励电流（电压）和响应电压（电流）可互易位置。

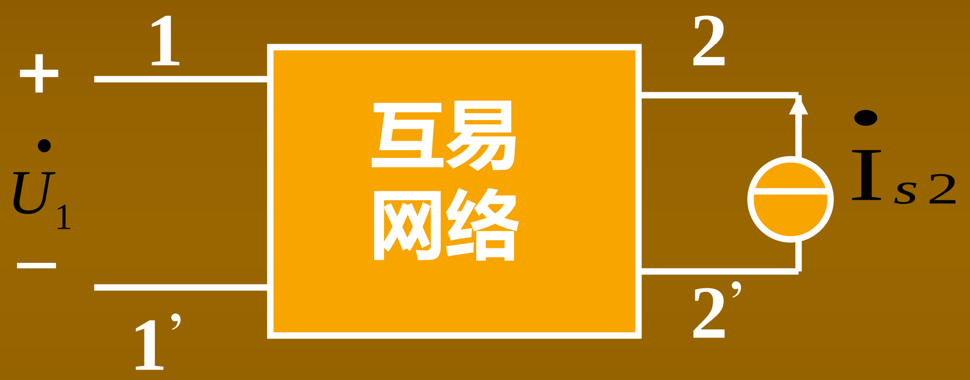
第一种：

（注意方向都是关联的）

若 $\dot U_{s1}=\dot U_{s2}$ 则有

$\dot I_1=\dot I_2$ 或 $\dfrac{\dot U_{s1}}{\dot U_{s2}}=\dfrac{\dot I_2}{\dot I_1}$

第二种



若 $\dot{I}_{s1} = \dot{I}_{s2}$ 则有

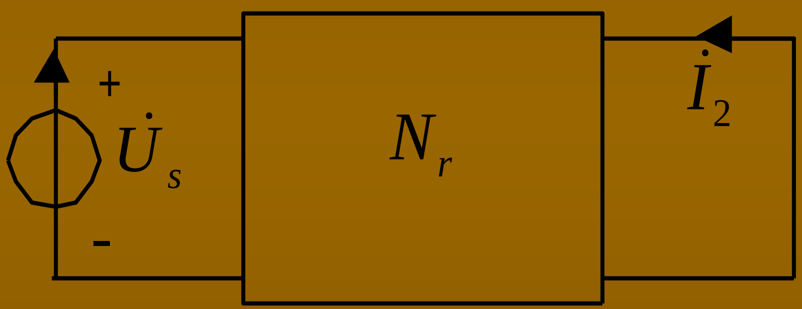
$\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ 或 $\dfrac{\dot{I}_{s1}}{\dot{I}_{s2}} = \dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$

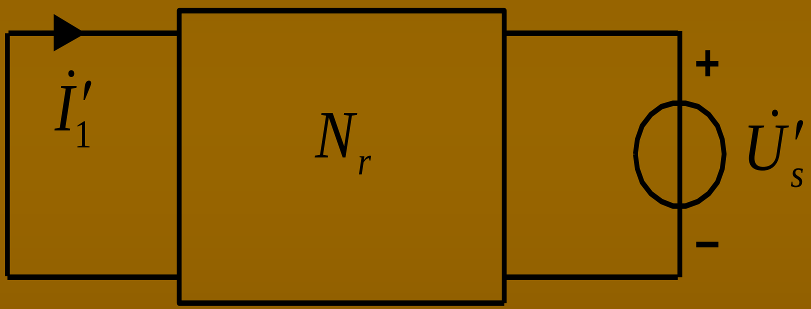
二、互易双口网络的特点

1.任一组参数中只有三个是独立的；

2.具有如下激励和响应的互易现象。

①

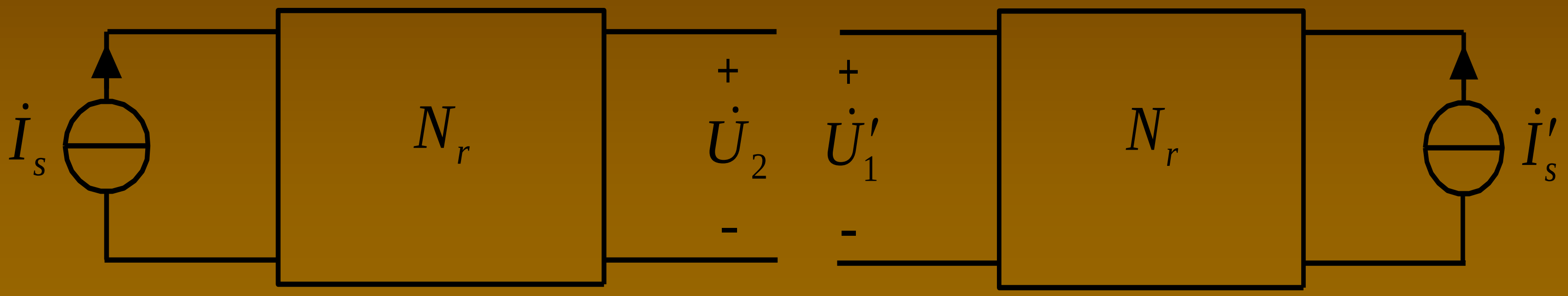




若 $\dot{U}_s' = \dot{U}_s$，则有 $\dot{I}_1' = \dot{I}_2$

显然，这是 $Y_{12} = Y_{21}$ 的体现。

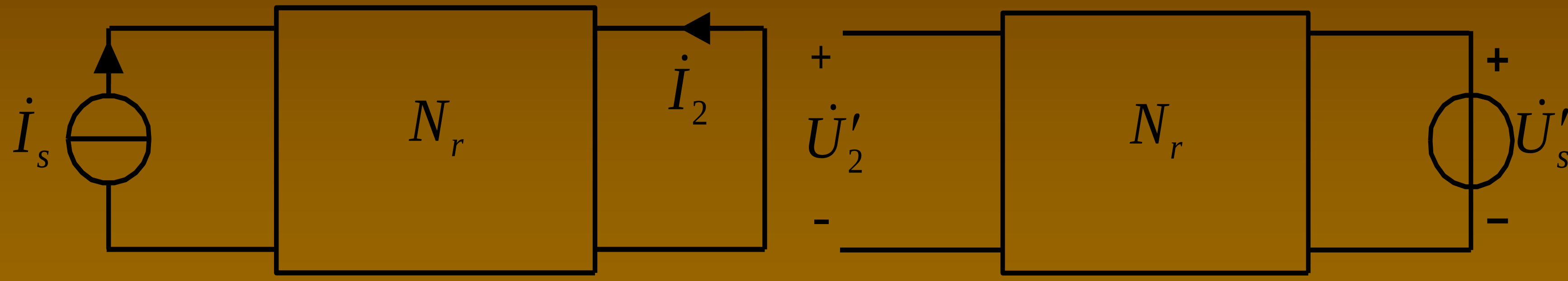
②



若 $\dot{I}_s' = \dot{I}_s$ ，则有$\dot{U}_1' = \dot{U}_2$

显然，这是$Z_{12} = Z_{21}$的体现。

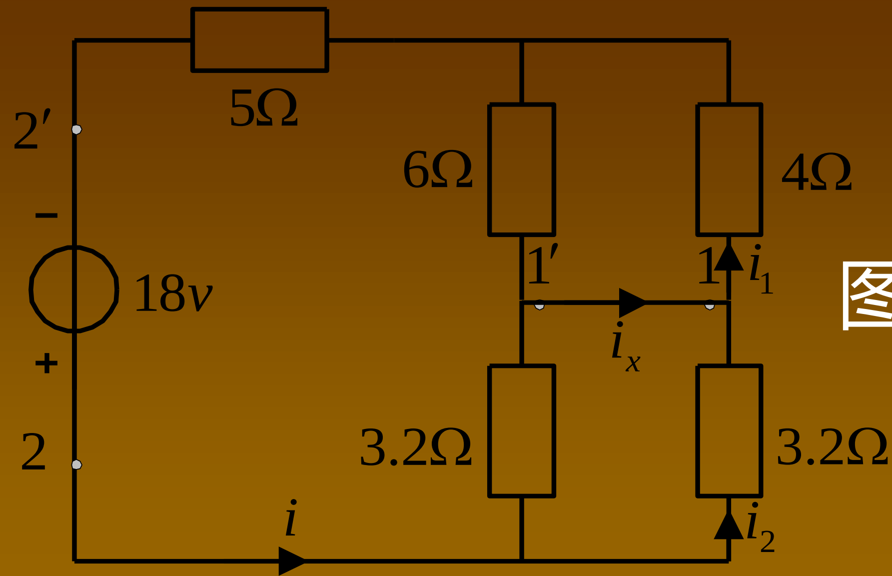
③



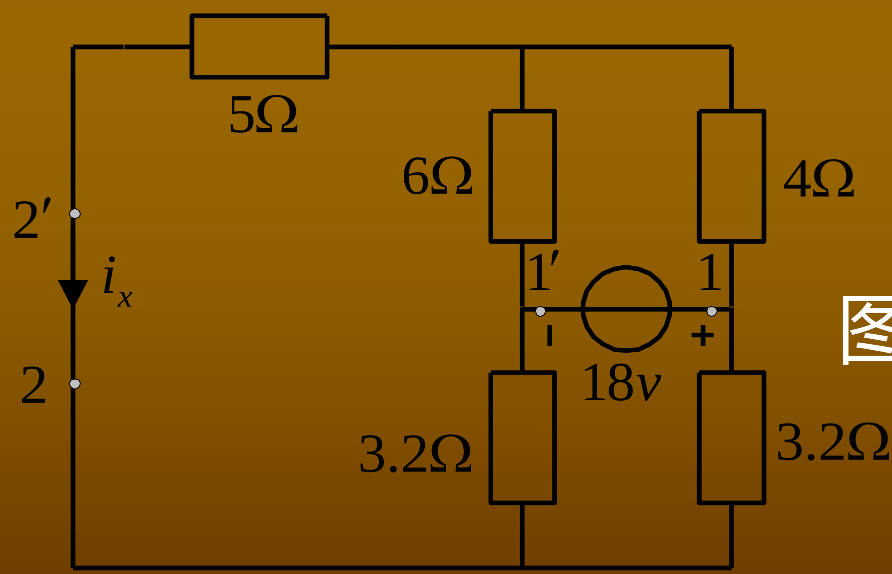
若 $\dot{U}_s' = \dot{I}_s$，则有 $\dot{U}_1' = -\dot{I}_2$

显然，这是 $h_{12} = -h_{21}$ 的体现。

例:



图a



图b

求 i_x

解：根据互易性，图a的 i_x 等于图b中的 i'_x。

对图a电路求解：

$6 // 4 = 2.4\Omega$ ，

$3.2 // 3.2 = 1.6\Omega$

$i = \frac{18}{2.4+1.6+5} = 2\text{A}$，

$i_1 = \frac{6}{6+4} \times 2 = 1.2\text{A}$

$i_2 = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{A}$ ，

$i_x = 0.2\text{A}$

则图b电路中有 $i'_x = 0.2\text{A}$ 。

三、对称双口网络

无独立源双口网络，若其两个 端口可以互换而不会改变外部电路的工作状况，则称该网络为（电气）对称双口网络。

由Z参数方程
$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$$

可知：一个对称双口网络必有：

$Z_{12} = Z_{21}$ 且 $Z_{11} = Z_{22}$

一个对称双口网络必是互易网络，且满足：

$$Z_{11} = Z_{22}$$

$$Y_{11} = Y_{22}$$

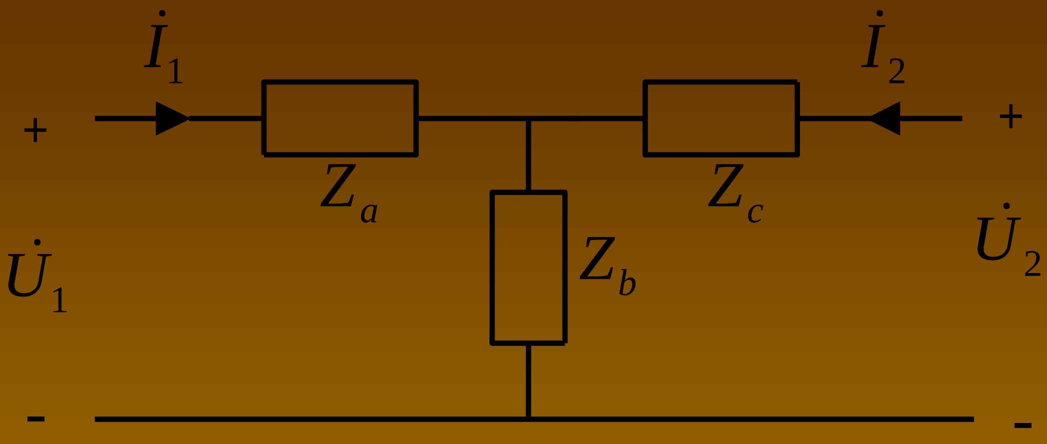
$$|H| = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21} = 1$$

$$A = D$$

由 $Z_{11} = Z_{22}$ 及参数间的转换关系很易推得其余各式。

- 一个对称双口网络的每组参数中只有2个是独立的。
- 结构对称的双口网络 一定是电气对称的，反之却不一定。

例：



前已求得：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_a + Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_b + Z_c \end{bmatrix}$$

若 $Z_a = Z_c$

则是对称双口网络。

9.3 二端口网络的连接

二端口网络可以互相连接。在电路分析分析中，如果把一个复杂的二端口网络看成由若干个简单的二端口网络按某种方式连接而成，可使分析得到简化。另外，在实际中常常将一些功能不同的二端口网络按一定的方式连接起来，用以实现某种特定的技术要求。例如把一个基本放大器与一个反馈网络适当地连接起来，就组成了一个所谓的负反馈放大器，它能实现维持输出电压稳定的要求。因此，讨论二端口网络的连接问题具有重要意义。

二端口网络的连接方式有级联、串联、并联、串并联、并串联五种方式。本节将简要介绍前三种方式，如图9-8（a）（b）（c）所示。

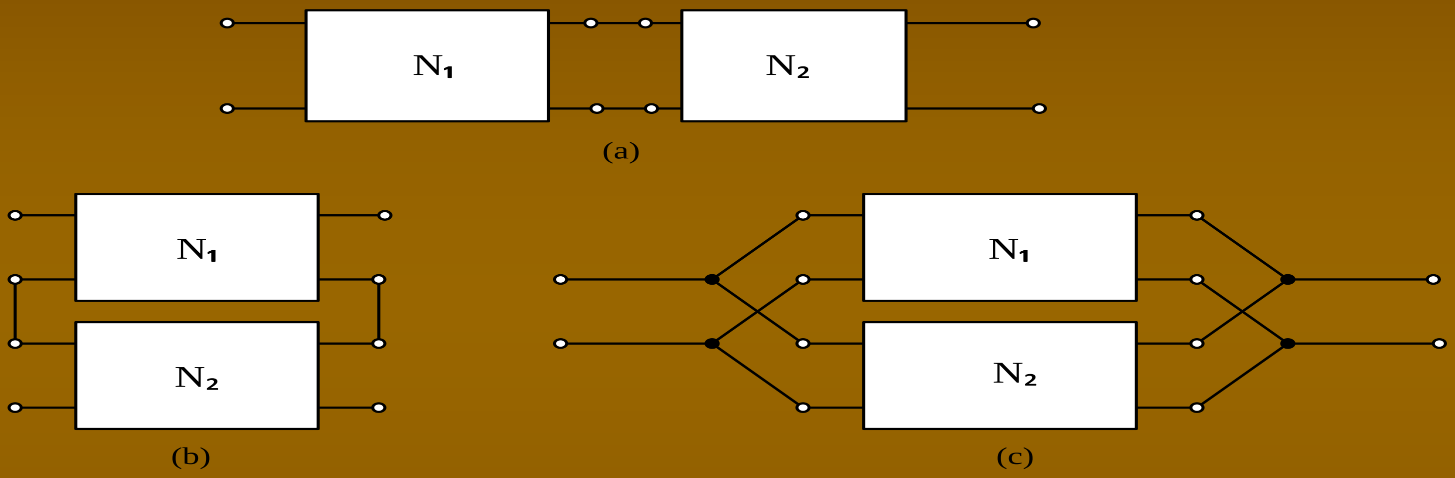


图 9-8

二端口网络的级联（链联）

两个二端口网络 和 级联，是第一个二端口网络的输出口直接与第二个二端口网络的输入口连接，这样它们便构成了一个复合的二端口网络，如图9-9所示。

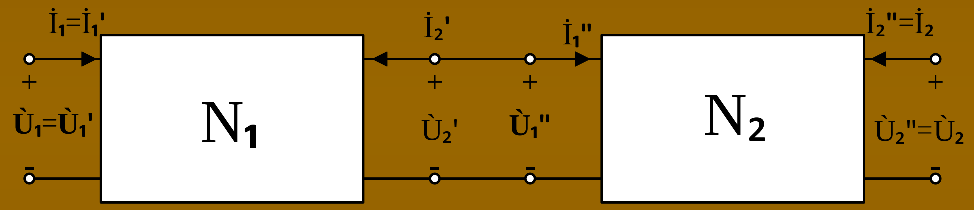


图 9-9

- 设二端口网络 和 的传输参数分别为

$$T_1=\begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix},\qquad T_2=\begin{bmatrix}A'' & B''\\ C'' & D''\end{bmatrix}$$

则两二端口网络的传输方程分别为

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1'\\ \dot{I}_1'\end{bmatrix}=T_1\begin{bmatrix}\dot{U}_2'\\ -\dot{I}_2'\end{bmatrix},\qquad \begin{bmatrix}\dot{U}_1''\\ \dot{I}_1''\end{bmatrix}=T_2\begin{bmatrix}\dot{U}_2''\\ -\dot{I}_2''\end{bmatrix}$$

由于

$$\dot{U}_1=\dot{U}_1',\ \dot{U}_2'=\dot{U}_1'',\ \dot{U}_2''=\dot{U}_2,\ \dot{I}_1=\dot{I}_1',\ \dot{I}_2'=-\dot{I}_1'',\ \dot{I}_2''=\dot{I}_2$$

故得

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{U}_1'\\ \dot{I}_1'\end{bmatrix}=T_1\begin{bmatrix}\dot{U}_2'\\ -\dot{I}_2'\end{bmatrix}=T_1\begin{bmatrix}\dot{U}_1''\\ \dot{I}_1''\end{bmatrix}=T_1T_2\begin{bmatrix}\dot{U}_2''\\ -\dot{I}_2''\end{bmatrix}=T_1T_2\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}=T\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}$$

式中T为级联复合二端口网络的T参数矩阵，它等于组成级联的各二端口网络传输矩阵的乘积，即

$$T = T_1 T_2$$

对于n个二端口网络的级联连接，有

$$T = \prod_{i=1}^{n} T_i$$

二端口网络的并联

两个二端口网络 和 并联如图9-10所示。显然经过这种连接得出的复合网络仍是一个二端口网络。而且两个二端口网络的输入电压和输出电压被分别强制为相同，即 $\dot{U}_1' = \dot{U}_1'' = \dot{U}_1$，$\dot{U}_2' = \dot{U}_2'' = \dot{U}_2$

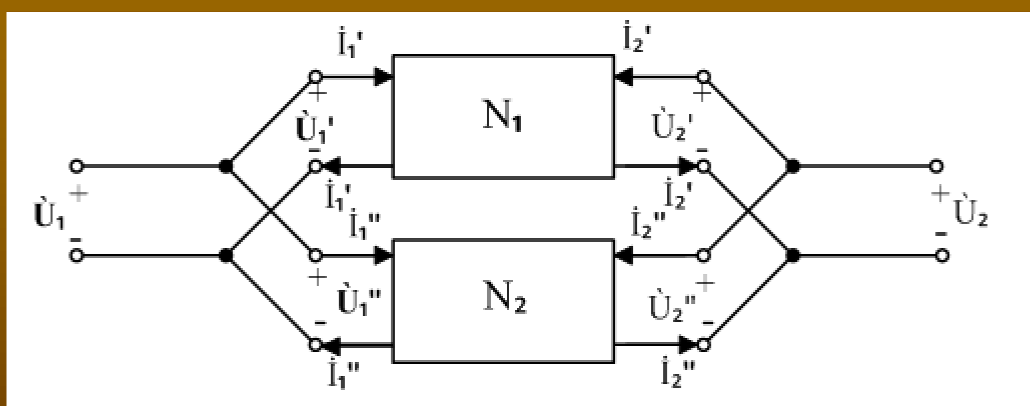


图 9-10

如果每个二端口网络的端口条件（端口上流入一个端子的电流等于流出另一个端子的电流）不因并联连接而被破坏，则此复合二端口网络的总端口电流应为 $\dot{I}_1=\dot{I}_1'+\dot{I}_1$， $\dot{I}_2=\dot{I}_2'+\dot{I}_2''$

若设两二端口网络 和 的Y参数分别为

$$Y_1=\begin{bmatrix} Y_{11}' & Y_{12}' \\ Y_{21}' & Y_{22}' \end{bmatrix}, \qquad Y_2=\begin{bmatrix} Y_{11}'' & Y_{12}'' \\ Y_{21}'' & Y_{22}'' \end{bmatrix}$$

则应有

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{I}_1'+I \\ \dot{I}_2'+\dot{I}_2'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{I}_1' \\ \dot{I}_2' \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dot{I}_1'' \\ \dot{I}_2'' \end{bmatrix}=Y_1\begin{bmatrix} \dot{U}_1' \\ \dot{U}_2' \end{bmatrix}+Y_2\begin{bmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{U}_2'' \end{bmatrix}$$

$$=Y_1\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}+Y_2\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}=(Y_1+Y_2)\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}=Y\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

式中Y为并联复合二端口网络的Y参数矩阵，它等于组成并联的各二端口网络Y参数矩阵之和，即

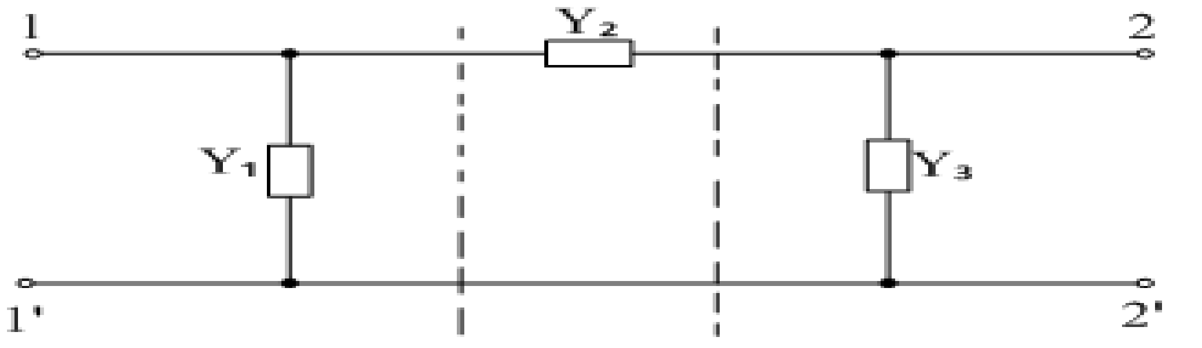
$$Y = Y_1 + Y_2 \qquad (9\text{-}2)$$

二端口网络的串联

当两二端口网络按串联方式连接时，只要每个二端口网络的端口条件仍然成立，用类似上述并联的方法，不难导出串联复合二端口网络的Z参数矩阵与串联连接的两二端口网络的Z参数矩阵有以下关系

$$Z = Z_1 + Z_2 \tag{9-3}$$

例9-4 试求本例图所示二端口网络的传输参数



例 9-4 图

解 本例图所示二端口网络可以看作是三个简单二端口的网络的级联。各级联二端口网络的传输矩阵分别为

$$T_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_1 & 1\end{bmatrix},\quad T_2=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{1}{Y_2}\\ 0 & 1\end{bmatrix},\quad T_3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_3 & 1\end{bmatrix}$$

则所求二端口网路的传输矩阵为

$$T=T_1\cdot T_2\cdot T_3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \dfrac{1}{Y_2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y_3 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+\dfrac{Y_3}{Y_2} & \dfrac{1}{Y_2}\\ Y_1+Y_3+\dfrac{Y_1Y_3}{Y_2} & 1+\dfrac{Y_1}{Y_2}\end{bmatrix}$$