

Logo



第6章 控制系统校正

Contents

6.1 控制系统设计指标

6.2 控制系统校正方法

6.3 基于根轨迹的校正

6.4 基于频域分析法系统校正

6.1 控制系统设计指标

当控制系统的性能指标达不到要求时，需要进行系统的校正，校正属于设计环节。

一般来说，系统的校正是根据系统期望的性能指标，定性分析、定量计算系统需要的特性，依据分析及计算结果确定系统的校正方法，设计相应的校正装置类型与参数。通过校正改变系统性能，从而使系统满足期望的性能指标。

系统的校正是一个反复试验各种参数的过程，需要相当的经验的积累，并需要进行大量的计算。

6.1.1 控制系统设计指标

控制系统的性能指标主要有两种形式：

时域性能指标是描述系统输出信号随时间变化的一些特征参数，包括动态性能指标和稳态性能指标。

频域性能指标是通过系统的开环和闭环频率特性的特征量间接地表征系统的性能。包括：开环频率特性中的幅值裕度、相角裕度；闭环频率特性中的谐振峰值、频带宽度和谐振频率等。

6.1.2 控制系统的时域指标

- ❖ **动态性能指标**主要是指调节时间和超调量。此外还有延迟时间，上升时间，峰值时间等。通常采用调节时间和超调量来描述系统的动态性能指标。控制系统的时域指标包括静态性能指标和动态性能指标。
- ❖ **静态性能指标**指系统在典型输入（单位阶跃输入，单位斜坡输入，单位加速度输入）作用下的稳态误差，包括扰动引起的误差。

6.1.3 控制系统的频域指标

- ❖ 频域性能指标包括开环频域指标和闭环频域指标。
- ❖ 开环频域指标
- ❖ 开环频域指标主要包括截止频率，相角裕度和幅值裕度。

$$\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c)H(j\omega_c)$$

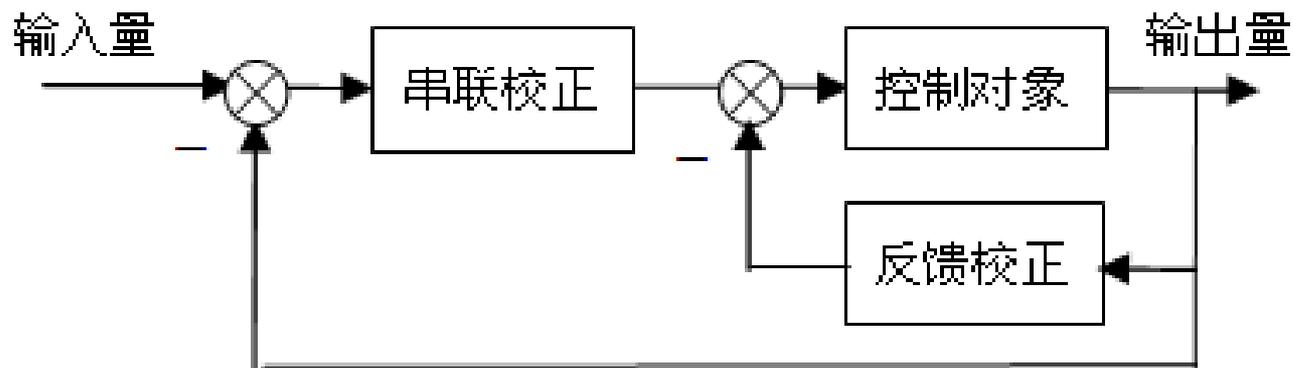
$$h = -20\lg |G(j\omega_x)H(j\omega_x)|$$

6.1.3 控制系统的频域指标

- ❖ 闭环频域指标
- ❖ 闭环频域指标主要包括频带宽度，谐振峰值。
- ❖ 带宽频率指当闭环幅频特性下降到频率为零时的分贝值以下**3**分贝时，对应的频率。
- ❖ 谐振峰值是指幅频特性的最大值，此时的频率称为谐振频率，记为，谐振峰值反映了系统的平稳性。

6.2 控制系统校正方法

- ❖ 对于线性定常时不变的单输入单输出系统的校正，目前工程实践中常用的两种校正方法是串联校正和反馈校正。



6.2.1 控制系统串联校正

- ❖ **1. 串联超前校正**
- ❖ 校正装置输出信号在相位上超前于输入信号，即校正装置具有正的相角特性，这种校正装置称为超前校正装置，对系统的校正称为超前校正。
- ❖ 超前校正利用校正装置的相位超前特性来增加系统的相位稳定裕量，利用校正装置幅频特性曲线的正斜率段来增加系统的穿越频率，从而改善系统的平稳性和快速性。所以这种校正设计方法常用于要求稳定性好、超调小以及动态过程响应快的系统中。

6.2.1 控制系统串联校正

- ❖ **2. 串联滞后校正**
- ❖ 校正装置输出信号在相位上落后于输入信号，即校正装置具有负的相角特性，这种校正装置称为滞后校正装置，对系统的校正称为滞后校正。
- ❖ 这种校正设计方法的特点是校正后系统的剪切频率比校正前的小，系统的快速性能变差，但系统的稳定性能得到提高，所以，在系统快速性要求不是很高，而稳定性和稳态精度要求较高的场合，滞后校正设计是很适合的。

6.2.1 控制系统串联校正

- ❖ **3. 串联滞后—超前校正**
- ❖ 若校正装置在某一频率范围内具有负的相角特性，而在另一频率范围内却具有正的相角特性，这种校正装置称滞后—超前校正装置，对系统的校正称为滞后—超前校正。
- ❖ 它实质上是综合了滞后和超前校正各自的特点，即利用校正装置的超前部分来增大系统的相角裕度，以改善其动态性能；利用校正装置的滞后部分来改善系统的稳态性能。两者分工明确，相辅相成，达到了同时改善系统动态和稳态性能的目的。

6.2.2 控制系统反馈校正

- ❖ 在控制工程实践中，为改善控制系统的性能，除可选用前述的串联校正方式外，也常常采用反馈校正方式。在反馈校正方式中，校正装置 $G_c(s)$ 反馈包围了系统的部分环节（或部件），它同样可以改变系统的结构、参数和性能，使系统的性能达到所要求的性能指标。
- ❖ 反馈校正能有效地改变被包围环节的动态结构和参数；
- ❖ 在一定条件下，反馈校正装置的特性可以完全取代被包围环节的特性，反馈校正系统方框图从而可大大削弱这部分环节由于特性参数变化及各种干扰带给系统的不利影响。

6.3 基于根轨迹的校正

- ❖ 如果增加系统的开环极点，则系统根轨迹向右移动，从而降低控制系统稳定性，增加系统响应的调整时间；如果增加系统的开环零点，则系统的根轨迹向左移动，从而提高控制系统稳定性，减小系统响应的调整时间。
- ❖ 掌握系统中增加开环极点或零点对根轨迹的影响，就容易确定校正装置的零、极点位置，将根轨迹改变成所需要的形状，改善系统性能。

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 基于根轨迹法的超前校正设计是在原系统中串联超前校正环节，也就是增加开环零点和极点，调整原来的根轨迹，得到所需的根轨迹。一般用解析法获得超前校正环节。
- ❖ 校正装置的传递函数为式

$$G_c(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (|z_c| < |p_c|)$$

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 解析法的设计步骤如下：
- ❖ **1.** 根据所需闭环系统稳态误差和动态特性，确定闭环主导极点 s_1 ；
- ❖ **2.** 计算需要校正装置提供的补偿相角，确定超前校正装置的零点和极点
- ❖ **3.** 根据要求计算校正环节的增益
- ❖ **4.** 计算加入超前校正装置后系统的开环传递函数，校验校正后系统是否满足预期的设计要求，如不满足再按照以上步骤适当调整零、极点位置，重复以上步骤。

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

❖ 已知一控制系统的开环传递函数为：，

$$G(s) = \frac{2}{s(0.25s + 1)(0.1s + 1)}$$

❖ 试设计校正环节，改善系统的动态性能，使其校正后系统静态速度误差系数小于 **$KV=10$** ，超调量 $\sigma\% \leq 40\%$ ，调节时间 $t_s \leq 0.97$ 秒。

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

❖ 解：下面利用根轨迹法进行设计，设校正环节传递函数为

$$G_c(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (|z_c| < |p_c|)$$

❖ 1. 根据给定的系统性能指标，求出期望的主导闭环极点

❖ **clear;clc;close all**

❖ %利用公式，求阻尼比和自然振荡频率

❖ **zeta=log(1/0.4)/sqrt(pi^2+(log(1/0.4))^2)**

❖ **wn=1/zeta/0.97*log(1/0.05/sqrt(1-zeta^2))**

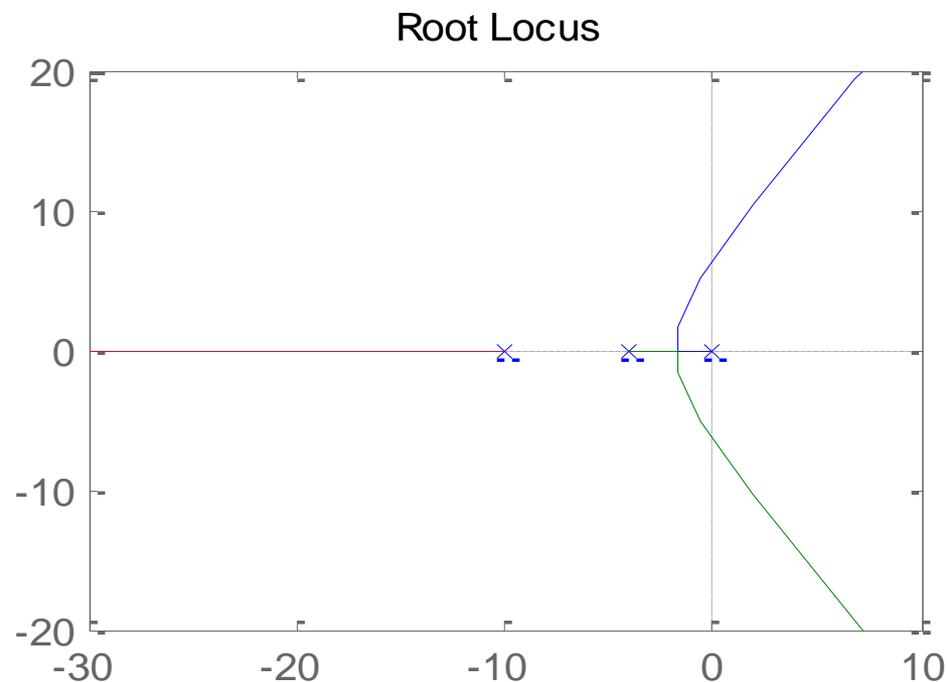
❖ %求主导闭环极点

❖ **p=-zeta*wn+j*wn*sqrt(1-zeta^2);**

❖ 求出期望系统的阻尼比 **zeta = 0.2800**，自然振荡频率 **wn = 11.1803**，一个主导闭环极点 **p = -3.1305 + 10.7331i**

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 2. 绘制原系统的根轨迹,
- ❖ $\text{num}=2;$
- ❖ $\text{den}=\text{conv}([1\ 0],\text{conv}([0.25\ 1],[0.1\ 1]));$
- ❖ $\text{Gtf}=\text{tf}(\text{num},\text{den});$
- ❖ $\text{rlocus}(\text{num},\text{den})$
- ❖ 运行命令生成图形如图所示:
- ❖ 系统期望的闭环主导极点并不在原系统的根轨迹上。



6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 3.确定超前校正装置的零点和极点的位置
- ❖ %求原系统的零极点增益
- ❖ **Gzpk=zpk(Gtf);**
- ❖ **zero= Gzpk.z{:};pole= Gzpk.p{:};gain= Gzpk.k;**
- ❖ %求补偿相角并定出校正装置零极点
- ❖ **x=-3.15:-0.01:-90;**
- ❖ **ang=180-90-angle(p-pole(1))*180/pi-angle(p-pole(2))*180/pi-angle(p-pole(3))*180/pi-angle(p-x)*180/pi;**
- ❖ **zc=real(p) ;pc=spline(ang,x,-180)**

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 零点确定：在期望的闭环极点位置下方增加一个相位超前的装置的实零点 $z_c = -3.1305$
- ❖ 极点确定：根据校正后系统期望闭环主导极点应产生的相角的值和根轨迹的相角条件求出校正装置的极点 $p_c = -31.1027$ 。

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 4. 计算校正装置增益 k_c
- ❖ 要求静态速度误差系数小于 $K_v=10$ ，原系统为 **1** 型系统，所以 $K_v=K_s$ ， K_s 为校正后系统的开环增益系数，原系统 $K=2$;
- ❖ 校正环节传递函数：

$$G_c(s) = k_c \frac{s+3.13}{s+31.1} = k_c \frac{3.13(\frac{1}{3.13}s+1)}{31.1(\frac{1}{31.1}s+1)} = 0.1006k_c \frac{(0.3195s+1)}{(0.03215s+1)}$$

- ❖ 原开环系统 $K=2$ ，要求 $KV=Ks < 10$ ，可以取 $Kc=45$

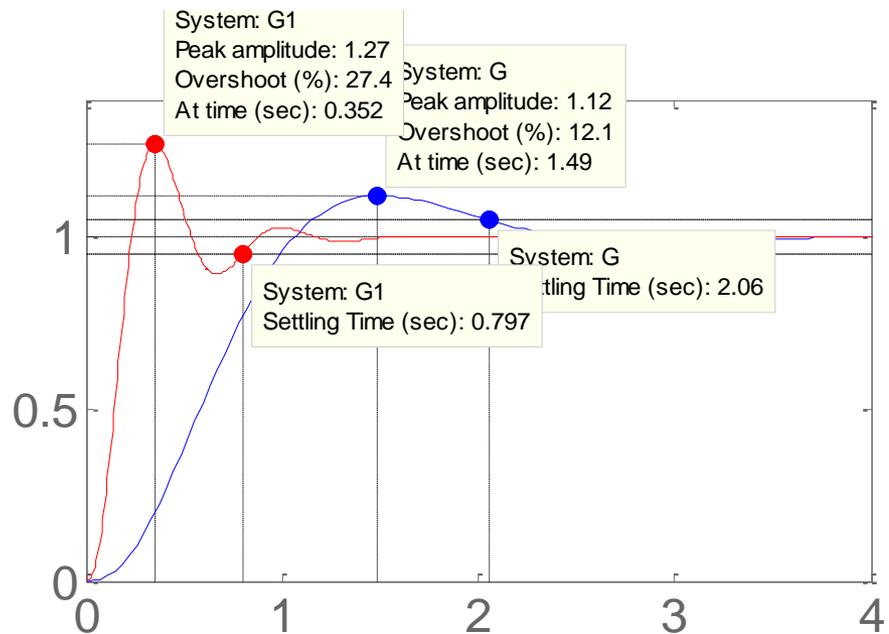
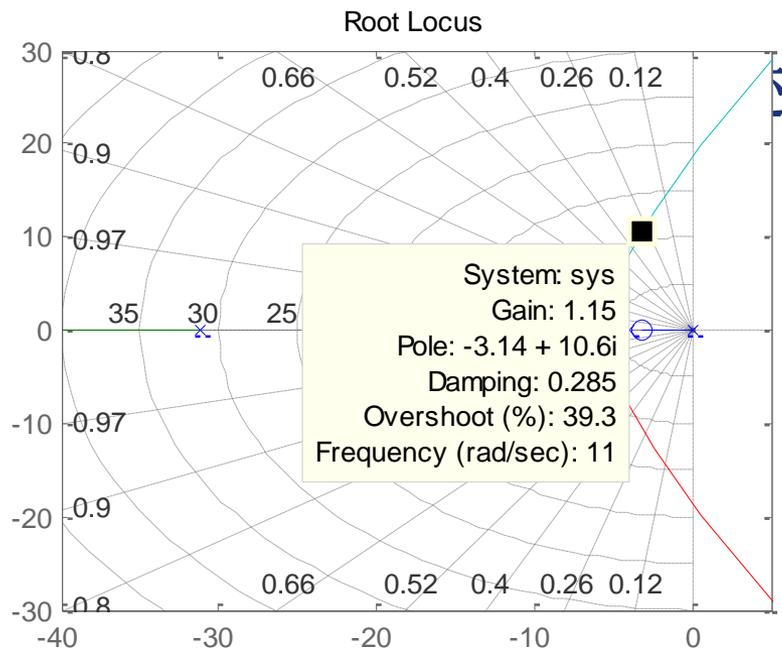
6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ **5.校正后系统指标验证**
- ❖ 求加入超前校正环节后系统的传递函数，根轨迹，并绘制系统的校正前后的单位阶跃响应，以验证校正后系统的性能指标是否满足要求。
- ❖ **%校正后开环系统**
- ❖ **num1=conv(45*[1 3.13],num);**
- ❖ **den1=conv([1 31.1],den);**
- ❖ **Gch=tf(num1,den1)**

6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ %校正后系统根轨迹
- ❖ **rlocus(num1,den1)**
- ❖ %校正前后系统的闭环传递函数
- ❖ **G=feedback(Gtf,1);**
- ❖ **G1=feedback(Gch,1);**
- ❖ %单位阶跃响应
- ❖ **step(G,G1,'r')**

6.3.1 根轨迹法串联超前校正



6.3.1 根轨迹法串联超前校正

- ❖ 从运行图可以看出，校正后主导闭环极点 $-3.14+10.6i$ 落在根轨迹上，
- ❖ 校正前系统的超调 12.1% ，调整时间为 $T_s=2.06s$ ，校正后系统的超调量为 27.4% ，调整时间为 $T_s=0.797s$ ，系统的稳定幅值为 1 ，由以上性能参数数据可知，经过串联超前校正后的系统，动态性能明显提高。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 基于根轨迹的串联滞后校正设计是通过串联滞后校正环节来改善系统性能的方式，当原有控制系统已具有满意的动态性能，而稳态性能不能满足要求时，可采用串联滞后校正，一般来说，串联滞后校正正在改善系统性能的同时，也会恶化系统的动态性能，为此，应使滞后校正环节的零点和极点尽量靠近。
- ❖ 可以设滞后校正装置的传递函数为式

$$G_c(s) = k_c \frac{1}{\beta} \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad \beta = 10 \quad z_c = \beta p_c$$

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 解析法的设计步骤如下：
- ❖ **1.** 跟超前校正一样，先根据需要的闭环系统稳态误差和动态特性，确定闭环主导极点 s_1 ；由给定的调节时间和超调量，可求出阻尼比与自然振荡频率。求出基于二阶系统的阻尼比与自然振荡频率，则就是两个闭环主导极点之一。
- ❖ **2.** 由根轨迹图可以确定与闭环主导极点相对应的未校正前原系统的开环放大系数，当然也可以按幅值条件来计算系统的开环放大系统 k 。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 解析法的设计步骤如下：
- ❖ **3.**计算未校正系统的稳态速度误差系数，看是否满足要求的稳态性能指标，并确定滞后校正装置的零点和极点的位置。为了使滞后校正装置既能改善系统的稳态性能，又不会太影响系统的动态性能。取滞后校正环节中的，同时取校正装置的零点到原点的距离为原闭环主导极点到虚轴距离的**0.1**倍。
- ❖ **4.**计算并调整算校正装置增益，当然也可以由新的闭环主导极点的模值条件来计算校正后的系统开环放大系数。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ **5.** 计算加入滞后校正装置后系统的开环传递函数，校验校正后系统是否满足预期的设计要求，如不满足再按照以上步骤适当调整零、极点位置，重复以上步骤。

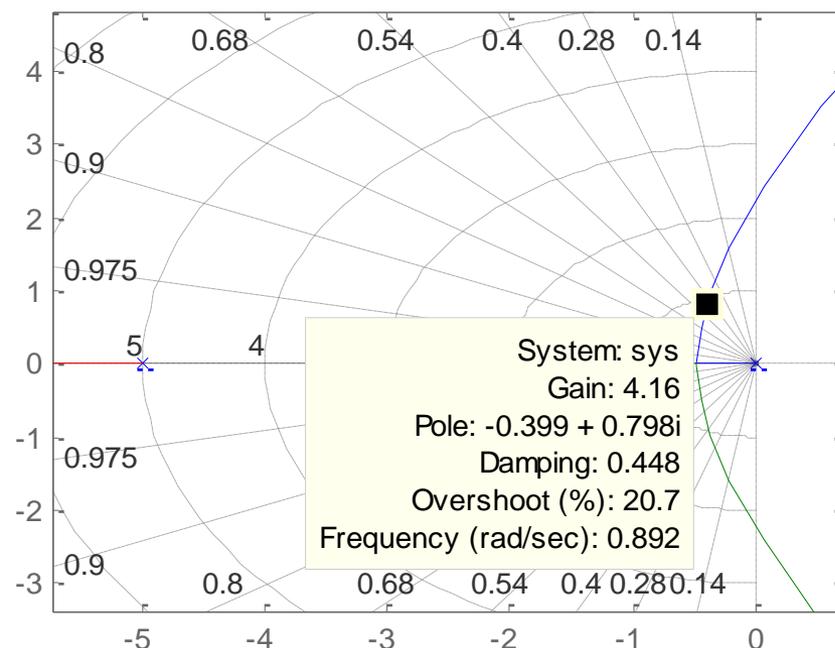
6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

❖ 解：下面利用根轨迹法进行设计，设校正环节传递函数为

$$G_c(s) = k_c \frac{1}{\beta} \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad \beta = 10 \quad z_c = \beta p_c$$

❖ **1. 绘制原系统的根**

❖ 轨迹，如图所示。



6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 2. 根据给定的系统性能指标：闭环主导极点的阻尼比为**0.45**，求出期望的主导闭环极点
- ❖ **num=1;**
- ❖ **den=conv([1 0],conv([1 1],[1 5]));**
- ❖ **Gtf=tf(num,den);**
- ❖ **rlocus(num,den)**
- ❖ 从图中可以看到，当闭环极点阻尼比**damping=0.448**时的主导闭环极点，这里取一位小数：其中一个主导闭环极点为**S1= -0.4+j0.8**。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ **3.** 确定与闭环主导极点相对应的未校正前原系统的开环放大系数：从图可以看到，此时增益为**4.16**。
- ❖ **4.** 计算未校正系统的稳态速度误差系数
- ❖ **nums=[1 0];dens=1; ss=tf(nums,dens) ;**
- ❖ **deng=conv([1 1 0],[1 5]);**
- ❖ **Gs=tf(4.16,deng) ;**
- ❖ **G=Gss*Gs;**
- ❖ **kv=dcgain(G)** 求出**kv=0.832**，现要求校正后系统静态速度误差系数为**KV=7(1/s)**。故原系统不满足稳态性能要求，需要加入校正装置来达到要求。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

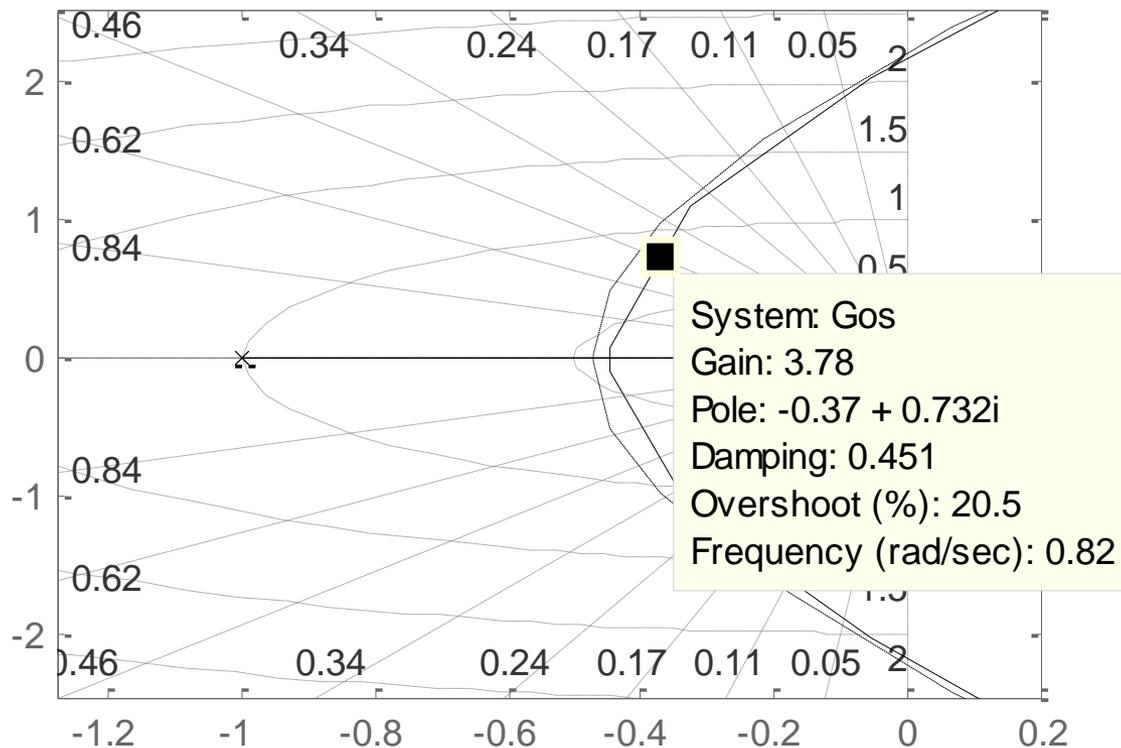
- ❖ **5.** 确定滞后校正装置的零点和极点的位置
- ❖ 为了使滞后校正装置既能改善系统的稳态性能，又不会太影响系统的动态性能。同时取校正装置的零点到原点的距离为原闭环主导极点 to 虚轴距离的**0.1**倍，滞后校正装置的传递函数可确定为：

$$G_c(s) = 0.1k_c \frac{s + 0.04}{s + 0.004}$$

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 6. 绘制校正后系统的根轨迹
- ❖ 校正后系统的开环传递函数为：
- ❖ $\text{numc}=[1 \ 0.04];\text{denc}=[1 \ 0.004];$
- ❖ $\text{Gco}=\text{tf}(\text{numc},\text{denc});\text{Gos}=\text{Gco}*\text{Gtf}$
- ❖ $\text{rlocus}(\text{Gtf}, 'k--',\text{Gos}, 'k')$
- ❖ 系统的闭环主导极点为 $\mathbf{S1 = -0.37 + j0.73}$ ，原系统为 $\mathbf{S1 = -0.4 + j0.8}$ ，说明校正后对主导极点的影响不大，也就是对动态性能影响不大。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正



6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ **7.**计算校正装置增益调整串联放大器的放大倍数，由图得到，校正后与闭环主导极点相对应的系统的开环放大系数为**3.78**。
- ❖ 当然也可以由新的闭环主导极点的模值条件来计算校正后的系统开环放大系数。
- ❖ 校正环节传递函数：

$$G_c(s) = k_c \frac{1}{\beta} \frac{s + z_c}{s + p_c} = 0.909 \frac{s + 0.04}{s + 0.004}$$

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 8. 校正后系统指标验证
- ❖ 求加入滞后校正环节后系统的稳态速度误差系数，并绘制系统的校正前后的单位阶跃响应，以验证校正后系统的性能指标是否满足要求。
- ❖ %校正装置环节传递函数
- ❖ **$G_c = \text{tf}(0.909 * [1 \ 0.04], [1 \ 0.004]);$**
- ❖ %原系统开环传递函数， **$k = 4.16$**
- ❖ **$G_{tf1} = 4.16 * G_{tf};$**
- ❖ %校正后开环系统
- ❖ **$G_{os1} = G_c * G_{tf1};$**

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

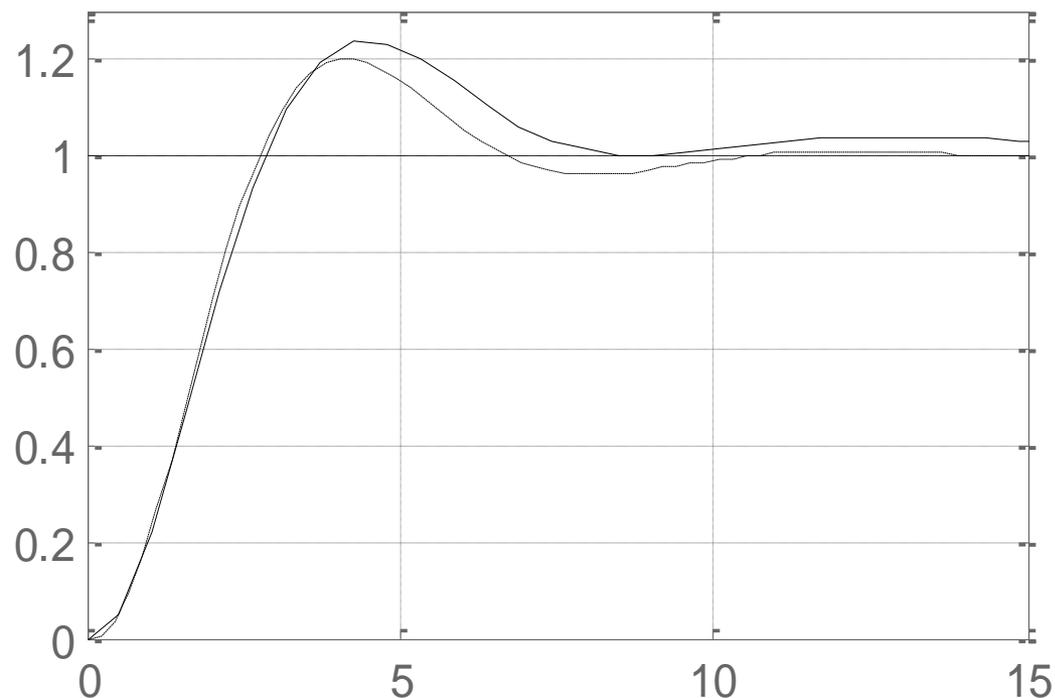
- ❖ %求校正后稳态终值，其中Gs的传递函数为s
- ❖ **kv1=dcgain(Gss*Gos1)**
- ❖ %校正前后系统的闭环传递函数
- ❖ **Gtf1=4.16*Gtf;**
- ❖ **G=feedback(Gtf1,1);**
- ❖ **G1=feedback(Gos1,1);**
- ❖ %单位阶跃响应
- ❖ **step(G, 'k--',G1,'k')**

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ %单位斜坡响应
- ❖ $G_x = \text{tf}(1, [1 \ 0])$
- ❖ $G_{x1} = G_x * \text{feedback}(G_{tf}, 1);$
- ❖ $G_{1x1} = G_x * \text{feedback}(G_{os1}, 1);$
- ❖ %Step(G_{x1}, G_{1x1})
- ❖ $\text{step}(G_{x1}, 'k--', G_{1x1}, 'k')$
- ❖ 运行程序后，得到校正后系统的稳态速度误差系数 $k_{v1} = 7.56$ ，比要求的 $k_v = 0.7$ 大，故满足稳态误差的要求。

6.3.2 根轨迹法串联滞后校正

- ❖ 由图可以看出，校正前后系统的动态性能只有微弱的变化，而根据前面的分析，稳态性能得到提高。



6.3.3 根轨迹法串联滞后—超前校正

❖ 在设计控制系统时，如果原系统的稳态误差系数和动态特性都不能满足设计指标的要求，那么就应该考虑采用串联超前滞后校正装置来改善原系统的性能。首先，通过串联超前校正来改善系统的动态性能，然后再通过串联滞后校正来减小系统的稳态误差。

❖ 超前滞后校正装置的传递函数可以表示为以下公式所示的零极点形式：

$$G_c(s) = \frac{s + z_{c1}}{s + p_{c2}} \frac{s + z_{c2}}{s + p_{c2}} = G_{c1}(s)G_{c2}(s)$$

$$(|z_{c1}| < |p_{c1}|, |z_{c2}| < |p_{c2}|)$$

6.3.3 根轨迹法串联滞后—超前校正

- ❖ 基于根轨迹法的超前滞后校正步骤如下：
 - ❖ **1.** 按照串联超前校正的设计方法设计原系统的串联超前校正装置，并求出超前校正的传递函数；
 - ❖ **2.** 将超前校正的传递函数与原系统开环传递函数合成为新的系统传递函数；
 - ❖ **3.** 按照串联滞后校正的设计方法设计系统的串联滞后校正装置，并求出滞后校正环节的传递函数；

6.3.3 根轨迹法串联滞后—超前校正

- ❖ 4. 求出串联超前滞后装置的传递函数；
- ❖ 5. 系统检验，检验校正后的系统是否满足预期的设计指标。如果动态特性不能满足预期设计指标，则返回步骤**(1)**重新设计；如果稳态误差不能满足设计指标的要求，则返回步骤**(3)**重新进行设计。



6.4 基于频域分析法系统校正

- ❖ 频域分析法的串联校正就是将校正装置串接在系统的前向通道中，串联校正装置的参数设计是根据系统固有部分的传递函数和对系统的频率性能指标要求来进行的。频域法的串联校正同样又分为串联超前、串联滞后和滞后-超前校正。
- ❖ 其设计方法是利用**MATLAB**可以方便的画出**Bode**图并求出幅值裕度和相角裕度。将**MATLAB**应用到经典理论的校正方法中，可以方便的校验系统校正前后的性能指标。通过反复试探不同校正参数对应的不同性能指标，能够设计出最佳的校正装置。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 如果校正装置具有超前的相频特性，也就是输出信号的相位超前于输入信号的相位，则称为超前校正装置。
- ❖ 超前校正利用校正装置的相位超前特性来增加系统的相位稳定裕量，利用校正装置幅频特性曲线的正斜率段来增加系统的穿越频率，从而改善系统的平稳性和快速性。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 频域分析法超前校正有如下特点：
- ❖ **1.**超前校正主要是针对系统频率特性的中频段进行校正的，使校正后对数幅频特性曲线的中频段斜率为**-20 dB/dec**，并且有足够的频带宽度，使系统具有要求的相角裕度。
- ❖ **2.**超前校正的优点是会使系统的穿越频率变大，校正后系统的频带变宽，动态响应速度变快，缺点是系统抗高频干扰的能力也变差。
- ❖ **3.**超前校正很难使原系统的低频特性得到改善，如果想用提高增益的办法使低频段上移，则会使整个对数幅频特性曲线的上移，导致系统的平稳性变差，抗高频噪声的能力也将被削弱。

❖ -

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ **4.**当原系统的对数相频特性曲线在穿越频率附近急剧下降时，由穿越频率的增加而导致的系统的相位滞后量，将超过由校正装置所能提供的相位超前量。此时，如果用单级的超前校正装置来校正，将收效不大。
- ❖ **5.**超前校正主要用于系统的稳态性能已满足要求，而动态性能有待改善的情况。
- ❖ 从以上几个特点可以看到，超前校正的基本原理是利用超前校正网络的相角超前特性去增大系统的相角裕度，从而改善系统的动态性能。基于频率法的超前校正就是利用校正装置的相位特性来补偿原系统过大的相位滞后，提高系统的相角裕度。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 超前校正装置的传递函数可以表示为以下公式(6-13)所示的零极点形式:

$$G_c(s) = \frac{1 + \beta Ts}{1 + Ts} \quad \beta > 1$$

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 基于频率法的超前校正步骤如下：
 - ❖ **1.**根据系统传递函数分析原系统的性能，根据所要求的稳态性能指标，确定系统的开环放大系数**K**；
 - ❖ **2.**绘制**K**值时的原系统的伯德图，并计算原系统的相角裕度和幅值裕度；
 - ❖ **3.**确定使相角裕度达到希望值所需要增加的相位超前相角，

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ **4.** 计算超前校正装置的参数
- ❖ **5.** 确定校正后系统的截止频率，计算超前校正装置的另一参数 T 。
- ❖ **6.** 求出超前校正装置的传递函数
- ❖ **7.** 系统检验，检验校正后的系统是否满足预期的设计指标。如果稳态性能指标不能满足预期设计要求，则返回步骤 **(3)**重新设计。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

❖ 【例6-3】已知控制系统的开环传递函数为：

$$G_o(s) = \frac{4k}{s(s+2)}$$

❖ 试设计一个串联校正装置，使系统满足以下要求：稳态速度误差系数为**20**，相角裕度不小于**50**度，幅值裕度不小于**10(dB)**。

❖ 解：下面利用频域法进行设计，设超前校正环节传递函数为

❖ 根据稳态速度误差系数，确定开环放大系数

❖ ，求出。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

❖ 解：下面利用频域法进行设计，设超前校正环节传递函数为

$$G_c(s) = \frac{1 + \beta Ts}{1 + Ts}$$

❖ **1. 根据稳态速度误差系数，确定开环放大系数**

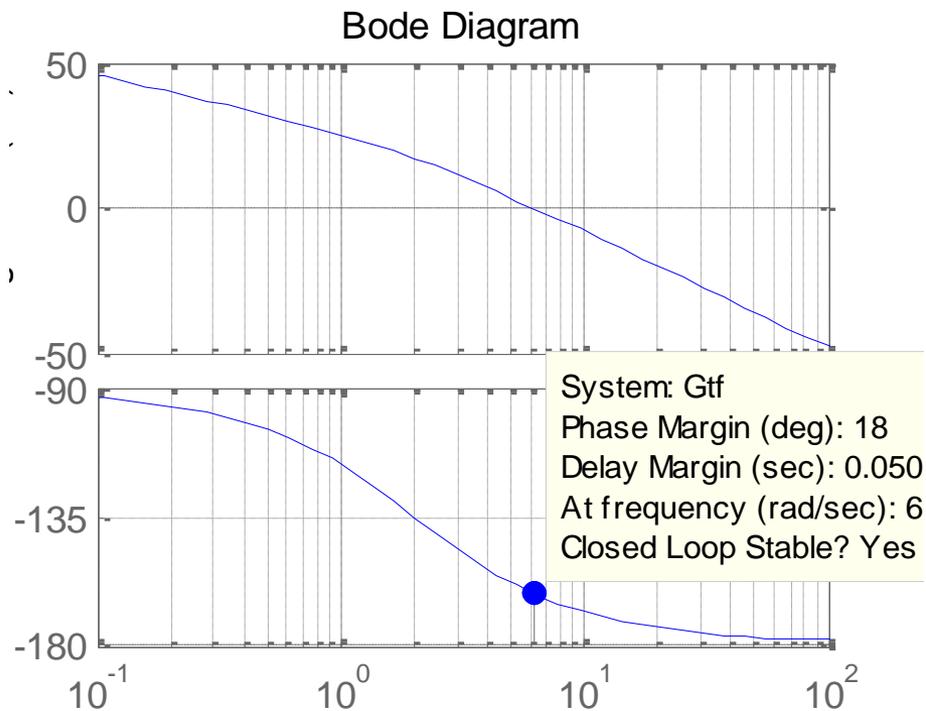
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_o(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{4k}{s(s+2)} = 2k = 20 \quad k = 10$$

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 2. 绘制未校正系统伯德图，求原系统相角裕度和幅值裕度：
- ❖ %绘制原系统的伯德图
- ❖ **num=4*10;den=conv([1 0],[1 2]);**
- ❖ **Gtf=tf(num,den);**
- ❖ **bode(Gtf,'k--')**
- ❖ %求幅值、相角裕度及对应的频率
- ❖ **[gm,pm,wcp,wcg]=margin(Gtf)** $k = 10$
- ❖ %将幅值裕度转变成分贝值
- ❖ **Gm_dB=20*log10(gm)**

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 未校正
- ❖ 前伯德图
- ❖ 如图所示。



- ❖ 可以看到相角裕度为**18**度，求出幅值裕度为无穷大，截止频率为**6.17(rad/sec)**。说明相角裕度不满足要求。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ **3.** 确定使相角裕度达到希望值所需要增加的相位超前相角
- ❖ 校正后要求相角裕度为**50**度，所以至少超前相角为**50 - 18 = 32**度，考虑到加入到串联超前校正装置后幅频特性的穿越频率（截止频率）要向右移动，将会使原来的还要减小，因此这里增加约**10**度的超前相角，故共需增加超前相角**42**度。

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 4. 计算超前校正装置的参数，最终确定校正装置传递函数。
- ❖ $\text{beta} = (1 + \sin(42 * \pi / 180)) / (1 - \sin(42 * \pi / 180));$
- ❖ $\text{alpha} = 10 * \log_{10}(\text{beta});$
- ❖ $[\text{mag}, \text{pha}, \text{w}] = \text{bode}(\text{Gtf});$
- ❖ $\text{mag} = 20 * \log_{10}(\text{mag});$
- ❖ $\text{wc} = \text{spline}(\text{mag}, \text{w}, -\text{alpha})$ %求出 $\text{wc} = 8.8460$
- ❖ $\text{T} = 1 / \text{wc} / \text{sqrt}(\text{beta})$; %求 T, $\text{T} = 0.056362$
- ❖ $\text{numc} = [\text{beta} * \text{T} \ 1]; \text{denc} = [\text{T} \ 1];$
- ❖ $\text{Gc} = \text{tf}(\text{numc}, \text{denc})$ %求校正装置传递函数

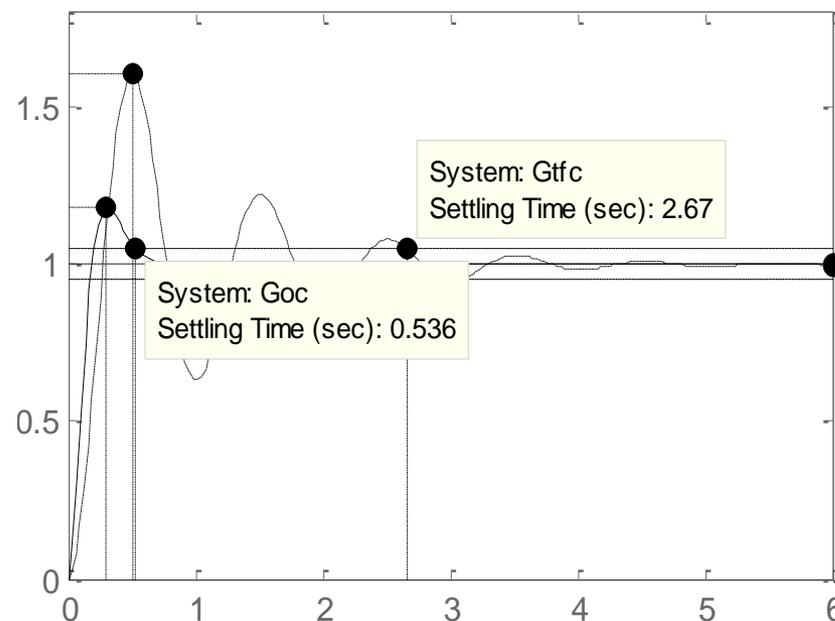
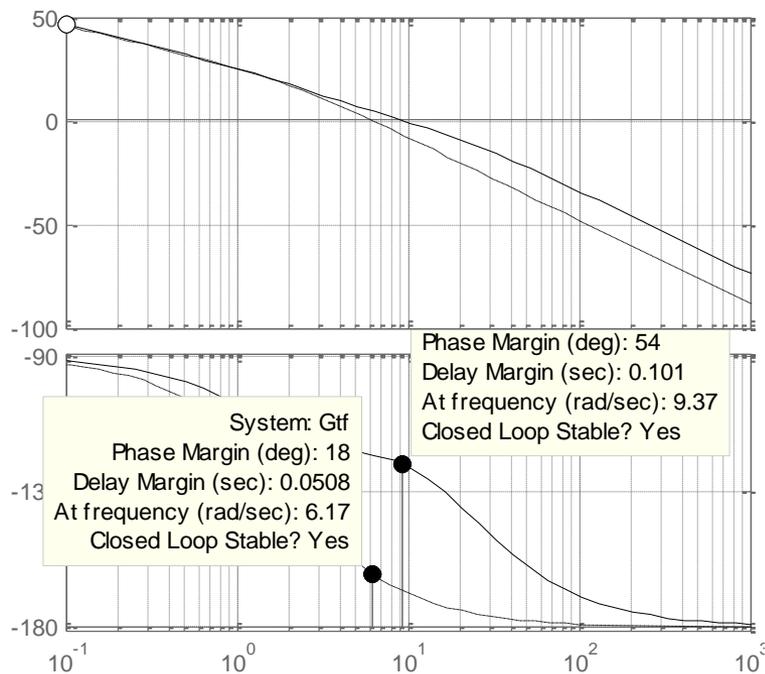
6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 5. 验证校正后系统的性能是否满足要求。
- ❖ $G_o = G_c * G_{tf};$
- ❖ hold on
- ❖ `bode(Go, 'k')` %校正后系统开环传递函数
- ❖ `[gm1,pm1,wcp1,wcg1]=margin(Go);`
- ❖ %求出校正后系统的裕度及对应的频率
- ❖ $G_{m_dB} = 20 * \log_{10}(gm)$
- ❖ `Gss=tf([1 0],1);`
- ❖ $G = G_{ss} * G_o;$
- ❖ `kv=dcgain(G)` 57%求稳态速度误差系数

6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ figure(2)
- ❖ `Gtfc=feedback(Gtf,1);`
- ❖ `Goc=feedback(Go,1);`
- ❖ `Step(Gtfc, 'k--',Goc, 'k')`

%求阶跃响应



6.4.1 频域分析法串联超前校正

- ❖ 从图可以看到，校正后系统的相角裕度为**54**度，幅值裕度为无穷大，截止频率由原来的**6.17**右移到**9.37(rad/sec)**，计算出稳态速度误差系数 **k_v** 为**20**，满足设计要求。从校正前后系统的单位阶跃响应看，系统超调由**60%**下降到**20%**左右，调节时间由**2.67**秒减小为**0.536**秒，动态性能加强，稳态值校正前后并没有变化。

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 当频域分析法校正装置输出量的相位总是滞后于输入量的相位时，称其为滞后校正装置。对数幅频特性渐近线还显示了这种校正装置具有低通滤波器的性能，高频时，其幅值也有一定的衰减量。
- ❖ 频域分析法滞后校正具有如下特点：
- ❖ **1.** 滞后校正是利用校正装置在高频段造成的幅值衰减，使系统幅频特性曲线的中频段和高频段下移，从而增加系统的相角裕度，同时也减小系统的穿越频率。
- ❖ **2.** 采用滞后校正后，原系统低频段的特性没有改变，往往开环增益还增加了，从而可改善系统的稳态精度。

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ **3.** 由于滞后校正降低了系统的高频幅值，因而其抗高频干扰的能力得到加强。
- ❖ **4.** 滞后校正主要用于需提高系统稳定性或者稳态精度有待改善的场合。
- ❖ 从以上几点可以看到，频域法滞后校正不是利用校正装置的相位滞后特性，而是利用其幅频特性曲线的负斜率段，即幅值的高频衰减特性对系统进行校正的。它使得原系统幅频特性曲线的中频段和高频段降低，穿越频率减小，从而使系统获得足够大的相角裕度，但快速性变差。

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

❖ 频域分析法校正装置的传递函数可以表示为以下公式所示的零极点形式：

$$G_c(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts} \quad (b > 1)$$

❖ 基于频率法的滞后校正步骤如下：

❖ **1.** 根据系统传递函数分析原系统的性能，根据所要求的稳态性能指标，确定系统的开环放大系数**K**；

❖ **2.** 绘制**K**值时的原系统的伯德图，并计算原系统的相角裕度和幅值裕度；

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ **3.** 确定校正后系统的截止频率，使其在截止频率处的相角等于**-180**度加上所要求的相角裕度（为补偿滞后装置造成的相位滞后，还应再加**10**度左右）。
- ❖ **4.** 计算原系统对数幅频特性曲线在校正后系统截止频率处幅值下降到**0dB**时所需要的衰减量，根据公式计算滞后校正装置的参数的值：

$$b = 10^{\frac{L(\omega'_c)}{20}}$$

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 5. 计算滞后校正装置的另一参数**T**，如公式所示。

$$T = \frac{10}{b\omega'}$$

- ❖ 6. 求出超前校正装置的传递函数：

$$G_c(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$

- ❖ 7. 系统检验，检验校正后的系统是否满足预期的设计指标。如果稳态性能指标不能满足预期设计要求，则返回步骤**(3)**重新设计。

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

❖ 【例6-4】设有反馈控制系统的开环传递函数为：

$$G_o(s) = \frac{k}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)}$$

❖ ，试设计一个串联校正装置，使系统满足以下要求：稳态速度误差系数为**30**，相角裕度不小于**40**度，幅值裕度不小于**10(dB)**，截止频率不小于**2.3rad/s**。

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

❖ 解：下面利用频域法进行设计，设滞后校正环节传递函数为

$$G_c(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts} \quad (b > 1)$$

❖ **1. 根据稳态速度误差系数，确定开环放大系数**

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG_o(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)} = k = 30$$

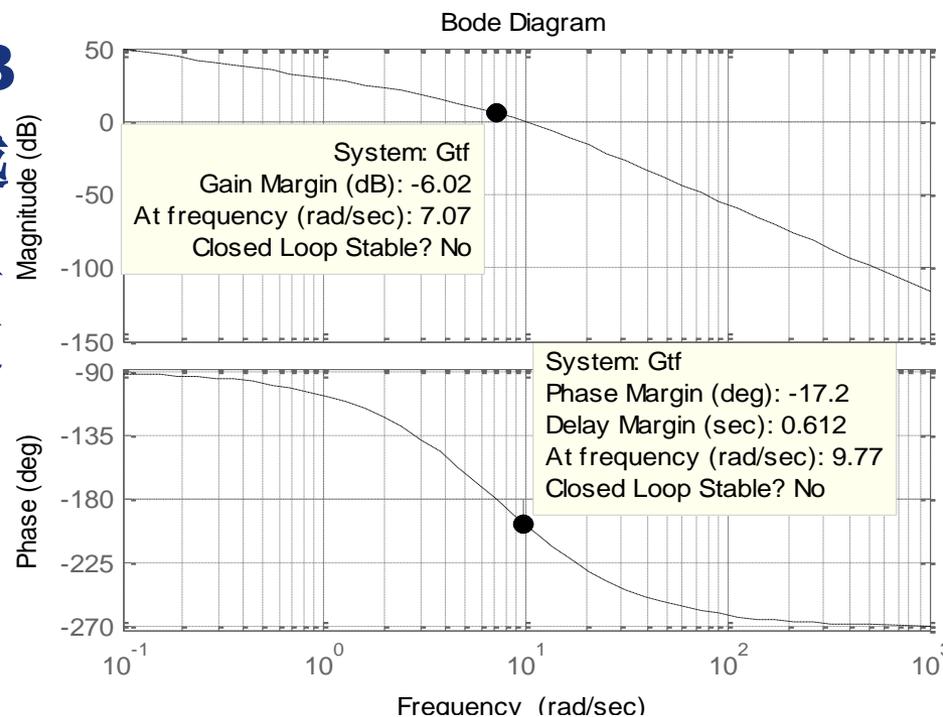
❖ ， 求出 $k = 30s^{-1}$

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 2. 绘制未校正系统的伯德图，原系统相角裕度和幅值裕度：
- ❖ `num=30;den=conv([1 0], conv([0.1 1],[0.2 1]));`
- ❖ `Gtf=tf(num,den);`
- ❖ `bode(Gtf,'k--')` %绘制原系统的伯德图
- ❖ `[gm,pm,wcp,wcg]=margin(Gtf)`
- ❖ %求幅值、相角裕度及对应的频率
- ❖ `Gm_dB=20*log10(gm)` %将幅值裕度转变成分贝值

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 校正前系统伯德图
- ❖ 可以看到幅值裕度为**-6.02dB**，相角裕度为**-17.2**度，穿越频率为**7.07 rad/sec**，截止频率为**9.77 rad/sec**。系统明显不稳定，且截止频率远大于要求值。考虑到对系统截止频率要求不大，可以选用串联滞后校正来满足设计要求。



6.4.2 频域分析法串联滞后校正

❖ **3.** 确定校正后系统的截止频率，使其在截止频率处的相角应等于**-180度**加上所要求的相角裕度（为补偿滞后装置造成的相位滞后，还应再加**10度**左右）。

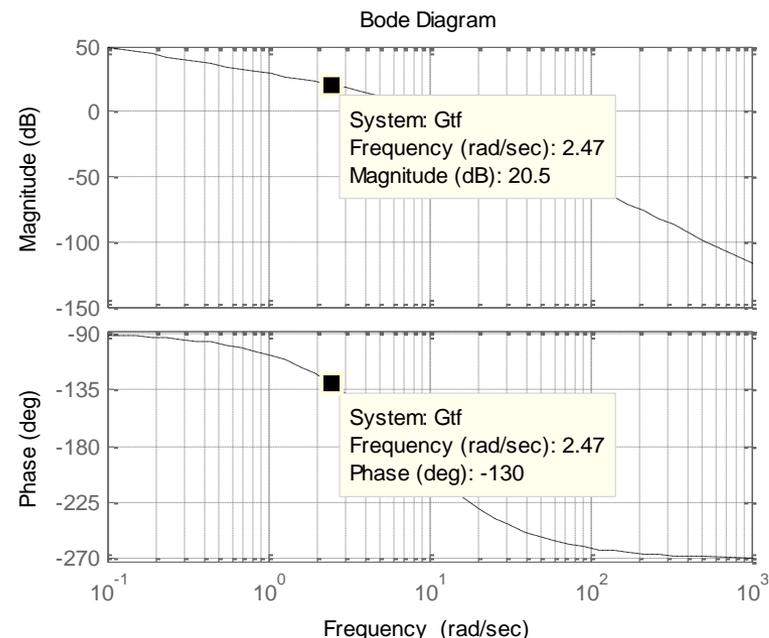
❖ 现在需要的相角裕度为**50度**，在相频特性中，找出相位为**-130度**的频率为**2.47rad/sec**，选其为校正后系统的截止频率。

❖ 校正前系统伯德图

❖ 并在幅频特性中找出频率为

❖ **2.47rad/sec**时的幅值为

❖ **20.5dB**。



6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 也可以用以下命令求出：
- ❖ **`[mag,pha,w]=bode(Gtf);`**
- ❖ **`wc=spline(pha,w,-130);`**
- ❖ %相位为-130时的频率
- ❖ **`magc=spline(pha,mag,-130);`**
- ❖ %相位为-130时幅值
- ❖ **`Gm_dB=20*log10(magc) ;`**

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 4. 计算滞后校正装置的参数和，最终确定校正装置传递函数。
- ❖ %计算超前校正装置的参数**b**
- ❖ $b = 10^{(-Gm_dB / 20)}$ %求出**b=0.094**
- ❖ $T = 1 / (0.1 * wc * b)$ %求出**T=43.34s**
- ❖ $numc = [b * T \ 1]; denc = [T \ 1];$
- ❖ $Gc = tf(numc, denc);$ %求出校正环节的传递函数

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

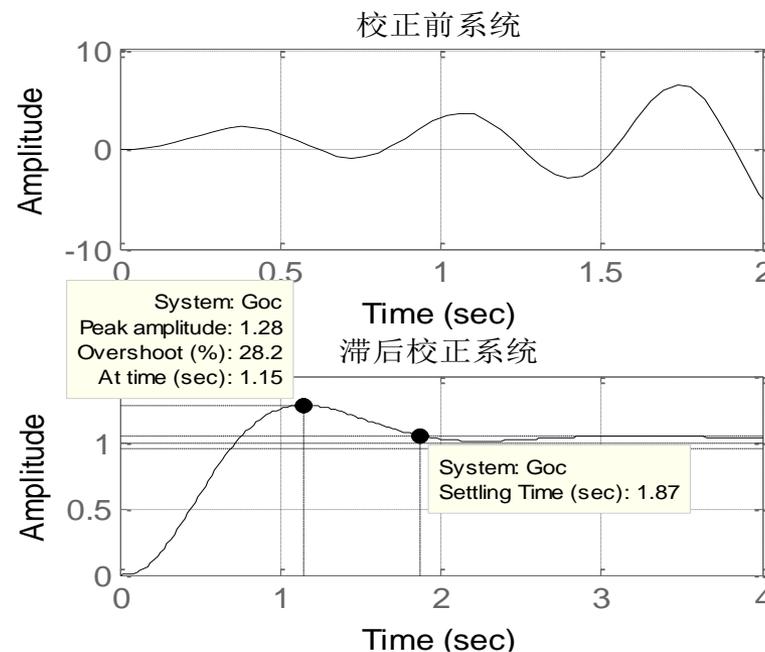
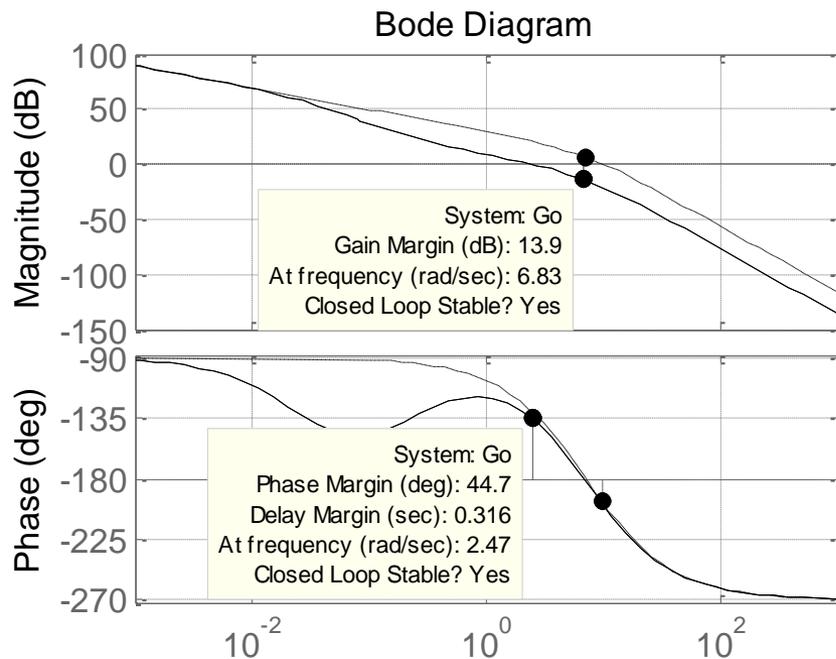
- ❖ 在原系统伯德图中绘制出校正后系统的伯德图，验证校正后系统的性能是否满足要求。
- ❖ **$G_o = G_c * G_{tf}$** ; %校正后系统开环传递函数
- ❖ **hold on**
- ❖ **bode(G_o , 'k')**
- ❖ **$[gm1, pm1, wcp1, wcg1] = margin(G_o)$** ;
 %求校正后系统的裕度及对应频率
- ❖ **$Gm_dB = 20 * \log_{10}(gm1)$**
- ❖ **$G_{ss} = tf([1 \ 0], 1)$** ; **$G = G_{ss} * G_o$** ;
- ❖ **$kv = dcgain(G)$** %求稳态速度误差系数

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ **figure(2)**
- ❖ **Gtfc=feedback(Gtf,1);** %原系统闭环传递函数
- ❖ **Goc=feedback(Go,1);** %校正后系统闭环传递函数
- ❖ **subplot(2,1,1); step(Gtfc,'k');** %求原系统阶跃响应
- ❖ **title('校正前系统'); axis([0 2 -10 10]);grid**
- ❖ **subplot(2,1,2);**
- ❖ **step(Goc,'k');** %求校正后系统阶跃响应
- ❖ **Gss=tf([1 0],1);G=Gss*Go; kv=dcgain(G)**
 %求稳态速度误差系数
- ❖ **title('滞后校正系统'); axis([0 4 0 1.5]);grid**

6.4.2 频域分析法串联滞后校正

校正前后的系统伯德图如图所示（原系统伯德图为虚线，校正后系统伯德图为实线），校正前后系统的单位阶跃响应如图。



6.4.2 频域分析法串联滞后校正

- ❖ 从图可以看到，校正后系统的相角裕度为**44.7**度，幅值裕度为**13.9dB**，截止频率由原来的**9.77**左移到**2.47(rad/sec)**，计算出稳态速度误差系数 **k_v** 为**30**，满足设计要求。从校正前后系统的单位阶跃响应看，系统由不稳定变成稳定，超调为**28.2%**，调节时间为**1.87**秒。

6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

- ❖ 采用超前校正可以改善系统的动态性能，采用滞后校正可以改善稳态性能，但是，如果原系统在动态性能和稳态性能都不满足要求时，仅采用超前或滞后校正不能同时满足两种性能的要求。
- ❖ 也就是说，如果原系统不稳定，而对校正后系统的动态和稳态性能均有较高的要求，则宜采用滞后—超前校正。它实质上是综合了滞后和超前校正各自的特点，即利用校正装置的超前部分来增大系统的相角裕度，以改善其动态性能；利用校正装置的滞后部分来改善系统的稳态性能。

6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

- ❖ 频域分析法滞后—超前校正装置的传递函数可以表示为以下公式所示的零极点形式：

$$G_c(s) = \frac{(1+T_a s)(1+T_b s)}{(1+\alpha T_a s)(1+\frac{T_b}{\alpha} s)}$$

6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

- ❖ 基于频率法的滞后—超前校正步骤如下：
 - ❖ **1.** 根据系统传递函数分析原系统的性能，如果原系统不稳定，而对校正后系统的动态和稳态性能均有较高的要求，则可决定采用滞后—超前校正。
 - ❖ **2.** 根据所要求的稳态性能指标，确定系统的开环放大系数**K**；
 - ❖ **3.** 绘制**K**值时的原系统的伯德图，并计算原系统的相角裕度和幅值裕度；

6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

- ❖ **4.**根据系统性能指标要求，确定校正后系统的截止频率；
- ❖ **5.**求校正网络衰减因子，要保证已校正系统的截止频率为所选的；
- ❖ **6.**根据相角裕度要求，计算校正网络滞后环节的交接频率，求出校正网络已校正系统的相角裕度，从而求和。
- ❖ **7.**系统检验，检验校正后的系统是否满足预期的设计指标。如果性能指标不能满足预期设计要求，则返回步骤 **(3)**重新设计。

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ 【例6-5】设有一反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_o(s) = \frac{k}{s(\frac{1}{6}s + 1)(\frac{1}{2}s + 1)}$$

- ❖ 试设计一个串联校正装置，使系统满足以下要求：稳态速度误差系数，相角裕度不小于**45度**，幅值裕度不小于**10(dB)**，动态过程调节时间不超过**3s**。

6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

❖ 解：下面利用频域法进行设计，设滞后—超前校正环节传递函数为

$$G_c(s) = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{(1 + \alpha T_a s)(1 + \frac{T_b}{\alpha} s)}$$

❖ **1. 确定开环放大系数**

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_o(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k}{s(\frac{1}{6}s + 1)(\frac{1}{2}s + 1)} = k = 180$$

❖ 求出

$$k = 180s^{-1}$$

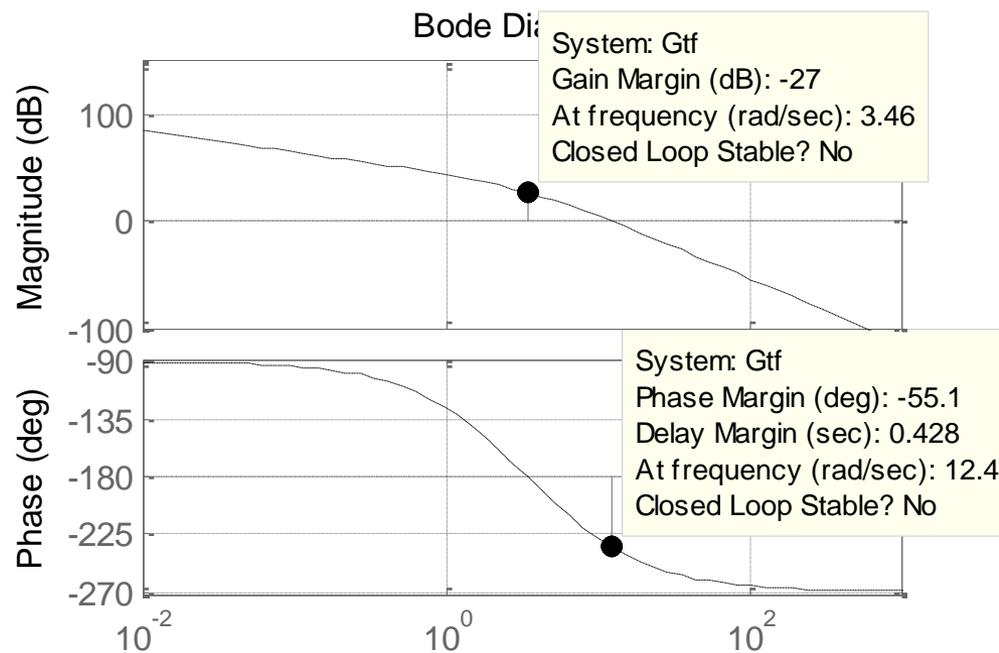
6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ 2.绘制未校正系统伯德图，求原系统的相角裕度和幅值裕度：
- ❖ **num=180;**
- ❖ **den=conv([1 0], conv([1/6 1],[1/2 1]));**
- ❖ **Gtf=tf(num,den);bode(Gtf,'k--')**
- ❖ **[gm,pm,wcp,wcg]=margin(Gtf)**
- ❖ %求幅值、相角裕度及对应的频率
- ❖ **Gm_dB=20*log10(gm)**
- ❖ %幅值裕度转变成分贝值

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

❖ 原系统伯德图

❖ 可以看到幅值裕度为**-27dB**，相角裕度为**-55.1度**，系统不稳定，需要将相角裕度提升到**40度**，选用串联滞后-超前校正来满足设计要求。



6.4.3 频域分析法的串联滞后—超前校正

- ❖ 4.求校正网络衰减因子，要保证已校正系统的截止频率为的选的 $\omega'_c = 3.5 \text{ rad/s}$ ，下列等式应成立： $-20\lg \alpha + L(\omega'_c) + 20\lg T_b \omega'_c = 0$
- ❖ 下面先求： $L(\omega'_c)$
- ❖ **`wc=3.5;[mag,pha,w]=bode(Gtf);`**
- ❖ **`magc=spline(w,mag,wc);`**
- ❖ **`Gm_dB=20*log10(magc) %求出 26.864`**
- ❖ **`Tb=0.5;`**
- ❖ **`Alpha=10^((Gm_dB + 20*log10(Tb*wc))/20);`**
`%求出 $\alpha = 38.5701$, 这里取50。`

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ **5.** 根据相角裕度要求，计算校正网络滞后环节的交接频率。求出校正网络已校正系统的相角裕度为：

$$\begin{aligned} \gamma' &= 180^\circ + \arctg \frac{\omega'_c}{\omega_a} - 90^\circ - \arctg \frac{\omega'_c}{6} - \arctg \frac{50\omega'_c}{\omega_a} - \arctg \frac{\omega'_c}{100} \\ &= 57.7^\circ + \arctg \frac{3.5}{\omega_a} - \arctg \frac{175}{\omega_a} \end{aligned}$$

考虑到 $\omega_a < \omega_b = 2 \text{ rad/s}$ ，可取 $-\arctg \frac{175}{\omega_a} \approx -90^\circ$ ，因为要求 $\gamma' = 45^\circ$ ，将上式简

化为： $\arctg \frac{3.5}{\omega_a} = 77.3^\circ$ 。求出 $\omega_a = 0.78 \text{ rad/s}$ ， $T_a = \frac{1}{\omega_a} = 1.28$ 。

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

❖ 系统的校正网络为:

$$G_c(s) = \frac{(1+T_a s)(1+T_b s)}{(1+\alpha T_a s)(1+\frac{T_b}{\alpha} s)} = \frac{(1+1.28s)(1+0.5s)}{(1+64s)(1+0.01s)}$$

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

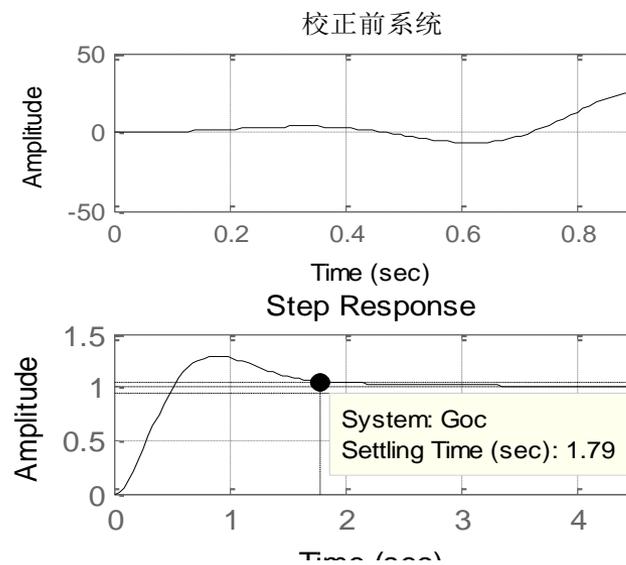
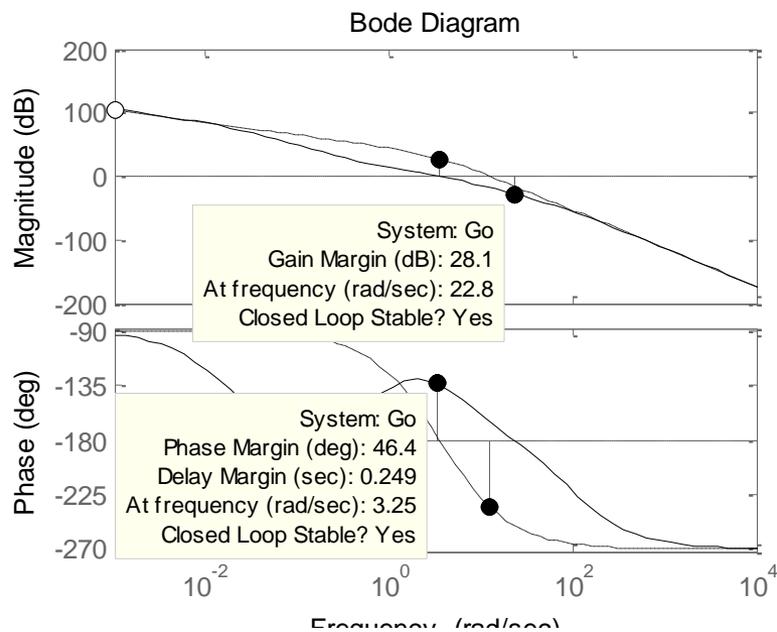
- ❖ 验证校正后系统的性能是否满足要求。
- ❖ %校正网络传递函数
- ❖ **numc=conv([1.28 1],[0.5 1]);**
- ❖ **denc=conv([64 1],[0.01 1]);**
- ❖ **Gc=tf(numc,denc);** %校正后系统开环传递函数
- ❖ **Go=Gc*Gtf;hold on;bode(Go, 'k');hold off**
- ❖ **[gm1,pm1,wcp1,wcg1]=margin(Go);**
- ❖ **Gm_dB=20*log10(gm1)**
- ❖ %求出幅值裕度: **26.864dB**

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ `Gss=tf([1 0],1);`
- ❖ `G=Gss*Go;`
- ❖ `kv=dcgain(G)` %求稳态速度误差系数:
`kv=180`
- ❖ `figure(2)`
- ❖ `Gtfc=feedback(Gtf,1);` %原系统闭环传递函数
- ❖ `Goc=feedback(Go,1);` %校正后系统闭环传递函数
- ❖ `subplot(2,1,1);`
- ❖ `step(Gtfc,'k');` %求原系统阶跃响应
- ❖ `title('校正前系统');` `axis([0 0.9 -50 50]);grid`

6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ `subplot(2,1,2);`
- ❖ `step(Goc,'k');` `title('校正后系统');` %校正后阶跃响应
- ❖ (原系统伯德图为虚线, 校正后系统伯德图为实线),



6.4.3 频域分析法的串联滞后-超前校正

- ❖ 从校正前后系统伯德图可以看到，校正后系统的相角裕度为**46.4度**，幅值裕度为**28.1dB**，截止频率由原来的**12.4**左移到**3.25(rad/sec)**，计算出稳态速度误差系数 **k_v** 为**180**；从校正前后系统的单位阶跃响应看出，系统由不稳定变成稳定，调节时间为**1.79sec**，满足设计要求。



本章小结

- ❖ **根轨迹法**的串联校正分析了基于**MATLAB**的串联滞后，串联超前环节的设计方法及步骤，并举例详细演示了这两种设计方法，**频域分析法**分析了基于**MATLAB**的控制系统超前校正、滞后校正和滞后-超前校正的不同特点，及其适用范围，分析方法和设计步骤，用实例演示了这三种设计方法。



Thank You !